Institut für Visualisierung und Interaktive Systeme

Universität Stuttgart
Universitätsstraße 38
D–70569 Stuttgart

Diplomarbeit Nr. 3526

Effiziente Vorberechnung von Lichtpfaden in partizipierenden Medien

Daniel Klier

Studiengang: Softwaretechnik

Prüfer: Prof. Dr. Daniel Weiskopf

Betreuer: Dipl.-Inf. Marco Ament

Beginn am: 15. Juli 2013

Beendet am: 14. Januar 2014

CR-Nummer: I.3.7

Kurzfassung

Die Simulation der Interaktion von Licht mit partizipierenden Medien ist für die photorealistische Bildsynthese von großer Bedeutung. Mittels Monte-Carlo Path Tracing kann die Strahlungstransportgleichung korrekt gelöst werden, jedoch konvergiert das Verfahren für manche Szenen nur sehr langsam und benötigt daher viel Rechenzeit. Monte-Carlo Path Tracing kann beschleunigt werden, indem die Effekte von Mehrfachstreuung im voraus für homogene Teilbereiche des Mediums berechnet werden. Damit können Pfade im Inneren eines Mediums in großen Schritten verfolgt werden. In dieser Arbeit wird ein Verfahren zur Vorberechnung der Mehrfachstreuung vorgestellt und diskutiert. Die Vorberechnung verwendet eine vereinfachte Variante von Monte-Carlo Path Tracing, das die Pfade einzelner Lichtteilchen in einer Kugelschale verfolgt und daraus die Verteilungen der Austrittspunkte und -richtungen berechnet.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Verzeichnis der Algorithmen

1 Einleitung

Die realistische Darstellung von Materialien mit komplexer interner Streuung von Licht wie Milch oder Haut oder die globale Beleuchtung von Szenen, die Rauch, Nebel, Staub oder Wolken enthalten, stellen Bildsyntheseverfahren bis heute vor Herausforderungen. Licht, das durch solche partizipierenden Medien geht wird nicht einfach reflektiert, absorbiert, sondern wird im Inneren eines Mediums unter Umständen mehrfach gestreut bis es wieder an die Oberfläche tritt. Eine akkurate Modellierung dieser Effekte kann erheblich zur realistischen Darstellung einer Szene beitragen.

Ein einfaches, aber dennoch mächtiges Verfahren, um die globale Beleuchtung in Szenen mit partizipierenden Medien zu berechnen, ist Path Tracing mit der Monte-Carlo-Methode [PM93]. Hierbei wird die Beleuchtung berechnet, indem eine große Menge von Photonen auf dem Weg durch die Szene simuliert wird. Dieses Verfahren ist zwar in der Lage, die Effekte partizipierender Medien akkurat zu berechnen, jedoch ist dies für manche Szenen mit sehr hohem Rechenaufwand verbunden. Gerade in Medien mit komplexen Streuungseigenschaften kann ein Photon sehr viele Interaktionen erfahren bevor es das Medium wieder verlässt, was zu dazu führt, dass viel Rechenzeit benötigt wird, um das Photon zu verarbeiten.

Wegen der Einfachheit und Mächtigkeit von Monte-Carlo Path Tracing ist es sinnvoll, nach Lösungen zu suchen, mit denen der durschnittliche Aufwand für die Verarbeitung von Pfaden in partizipierenden Medien reduziert werden kann ohne das Endergebnis zu verfälschen. Eines dieser Verfahren [MWM07] ermittelt die Statistik der Streuung in Medien in einem separaten Schritt und greift bei der eigentlichen Berechnung der Szene auf diese Statistik zurück um Pfade im Inneren des Mediums in größeren Schritten zu simulieren, wobei in der Nähe des Randes auf ein besser geeignestes Verfahren zurückgegriffen wird. Die Autoren dieses Verfahrens konzentrieren sich in ihrer Veröffentlichung auf die theoretischen Aspekte und darauf, wie mit der vorberechneten Statistik der Lichttransport in Medien simuliert werden kann. Die eigentliche Vorberechnung wird jedoch nur umrissen. In dieser Diplomarbeit wird der Vorberechnungsschritt anhand einer Beispielimplementierung näher beschrieben und die Eigenschaften der vorberechneten Daten sowie der Vorberechnung selbst diskutiert.

1.1 Verwandte Arbeiten

Neben dem oben erwähten und in Kapitel 3.1 näher besprochenen Verfahren von Moon et al. wurden einige Verfahren entwickelt, um den Strahlungstransport in partizipierenden Medien effizient zu simulieren. Eine Erweiterung von bidirektionalem Path Tracing auf partizipierende Medien wurde von Lafortune und Willems [LLL+96] entwickelt. Pauly et al. [PKK00] zeigen, wie *Metropolis Light Transport* erweitert werden kann, um damit auch die Effekte von partizipierenden Medien berechnen zu können. Jensen und Christensen [JC98] entwickelten eine Erweiterung des Photom-Mapping-Algorithmus für partizipierende Medien. Andere Arbeiten verfolgen einen hybriden Ansatz für den Strahlungstransport in Medien. Chen et al. [CTW+04] teilen das Volumen in eine äußere, inhomogene Schicht, deren Reflektionseigenschaften mittels Photon Mapping für Volumen vorberechnet werden und einen inneren, homogenen Kern, dessen Strahlungsport über die Diffusionsapproximation [JB02, Sta95] angenähert wird. Die Diffusionsapproximation nutzt aus, dass Licht im Inneren stark streuender Medien durch mehrfache Streuung als diffus angesehen werden kann. Li et al. [LPT05] schlagen eine ähnliche Methode vor, bei der Pfade nahe der Oberfläche mit Monte-Carlo Path Tracing berechnet werden und Pfade, die ins Innere des Mediums vordringen nach der Diffusionsapproximation behandelt werden.

Gliederung

Der Rest dieser Arbeit ist wie folgt gegliedert:

Kapitel 2 – Grundlagen gibt eine kleine Einführung in die Grundlagen der photorealistischen Bildsynthese, Raytracing und dem Strahlungstransport in partizipierenden Medien

Kapitel 3 – Strahlungstransport mit Kugelschalen beschreibt das im Rahmen dieser Arbeit entstandene Verfahren zur Vorberechnung der Statistik von Mehrfachstreuung in partizipierenden Medien

Kapitel 4 – Diskussion der Ergebnisse diskutiert die Ergebnisse dieser Arbeit

Kapitel 5 – Zusammenfassung und Ausblick fasst die Arbeit zusammen und stellt Anknüpfungspunkte vor.

2 Grundlagen

2.1 Photorealistische Bildsynthese

Der Begriff *Bildsynthese* fasst Verfahren der Computergrafik zusammen, die Bilder aus Beschreibungen von Szenen herstellen. Die Szenenbeschreibung umfasst dabei Dinge wie die Position und den Blickwinkel des Betrachters, die Beleuchtung sowie die Objekte in der Szene und deren Materialeigenschaften.

Photorealistische Bildsynthese versucht, eine Szene möglichst so wiederzugeben, dass sie für einen menschlichen Betrachter nicht von der Wirklichkeit zu unterscheiden ist. Dabei ist es sinnvoll, diesen Prozess in zwei Schritte zu unterteilen. In der Realität *sehen* Menschen ihre Umbegung, indem Licht, das auf die Retina des Auges trifft als Nervenimpulse an das Gehirn weitergeleitet und dort interpretiert werden. Im allgemeinen wird der Prozess der visuellen Wahrnehmung in der Bildynthese ignoriert. Insbesondere werden die unterschiedlichen Warhnehmungscharakteristiken verschiedener Menschen nicht berücksichtigt. Das heißt allerdings nicht, dass dieses Thema in der Bildsynthese keine Rolle spielt. Ganz im Gegenteil ist das Verständnis des menschlichen Sehens für Erzeugung photorealistischer Bilder unerlässlich. Dies beginnt schon bei der Darstellung räumlicher Szenen auf zweidimensionalen Anzeigeräten. Hier werden Objekte so dargestellt, dass der Eindruck entsteht, als hätte die Szene Tiefe. Ein weiteres Beispiel ist das sogenannte *Tone Mapping*. In der Realität sind Lichtintensitäten in Szenen über bis zu 10 Größenordnungen verteilt. Das menschliche Auge ist sehr gut darin, in allen Helligkeitsbereichen noch Unterschiede wahrzunehmen. Im Gegensatz dazu sind die meisten Computerbildschirme nur in der Lage, etwa zwei Größenordnungen von Helligkeitsvariation darzustellen. Als Tone-Mapping werden Algorithmen klassifiziert, die versuchen, die Helligkeitsvariation in berechneten Szenen so zu komprimieren, dass dem Betrachter auf dem Anzeigerät ein möglichst glaubwürdiges Bild präsentiert wird [LCTS05]

Die Bildsynthese beschränkt sich also weitestgehend darauf, die physikalischen Eigenschaften von Licht so genau wie möglich zu simulieren und die Ergebnisse dieser Simulation so aufzubereiten, dass dem Betrachter ein glaubwürdiges Bild angezeigt wird.

2.2 Radiometrische Grundlagen

Radiometrie ist ein Zweig der Naturwissenschaften, der sich mit der Messung von elektromagnetischer Strahlung beschäftigt. Da physikalisch basierte Verfahren zur Bildsynthese auf

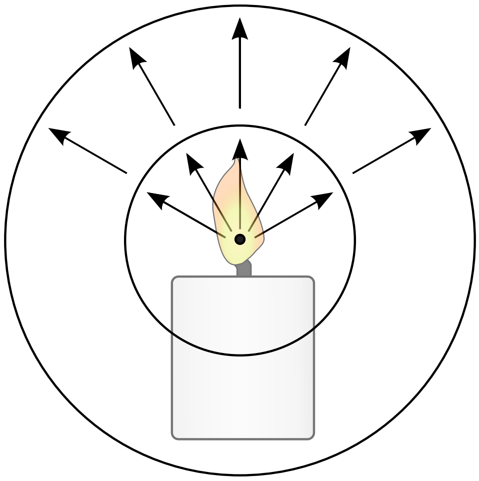


Abbildung 2.1: Der *Strahlungsfluss* ist bei dieser (näherungsweisen) Punktlichtquelle die gesamte pro Zeit abgegebene Strahlung. Die *Bestrahlungsstärke* ist der Strahlungsfluss pro betrachter Fläche.

der Ausbreitung von Licht in einer Szene nach physikalischen Gesetzen aufbauen, ist die Radiometrie hier von großer Bedeutung. Die Radiometrie ist verwandt mit der Photometrie, die sich mit der Messung von sichtbarem Licht und dessen Interaktion mit dem menschlichen Auge beschäftigt. In dieser Arbeit werden Licht und elektromagnetische Strahlung synonym verwendet obwohl der Begriff Licht üblicherweise nur den sichtbaren Teil des elektromagnetischen Spektrums umfasst.

2.2.1 Radiometrische Größen

Die Radiometrie definiert einige Größen, mit denen die Eigenschaften von Strahlungsquellen (Lichtquellen) sowie die Ausbreitung von Licht beschrieben werden können.

Strahlungsfluss - Φ

Strahlungsfluss oder auch *Strahlungsleistung* (engl. *radiant flux*) bezeichnet die Menge an elektromagnetischer Energie, die ein Strahler pro Zeiteinheit insgesamt abgibt und wird verwendet, um die Gesamtleistung von Strahlungsquellen anzugeben. Die Einheit des Strahlungsflusses ist W bzw. J/s. Abbildung 2.1 zeigt den Strahlungsfluss am Beispiel einer Punktlichtquelle. Die Kreise in der Abbildung repräsentieren um die Lichtquelle gedachte Kugeln, die den Strahlungsfluss messen.

Bestrahlungsstärke - E

Bestrahlungsstärke (engl. *irradiance*) ist der Strahlungsfluss pro bestrahltem Flächenelement und wird in W/m^2 gemessen. Am Beispiel der Punktlichtquelle aus Abbildung 2.1 wird klar, wie die Strahlungsleistung mit der Distanz von der Lichtquelle abnimmt. Die Gesamtleistung der Lichtquelle ist über die Entfernung konstant, jedoch

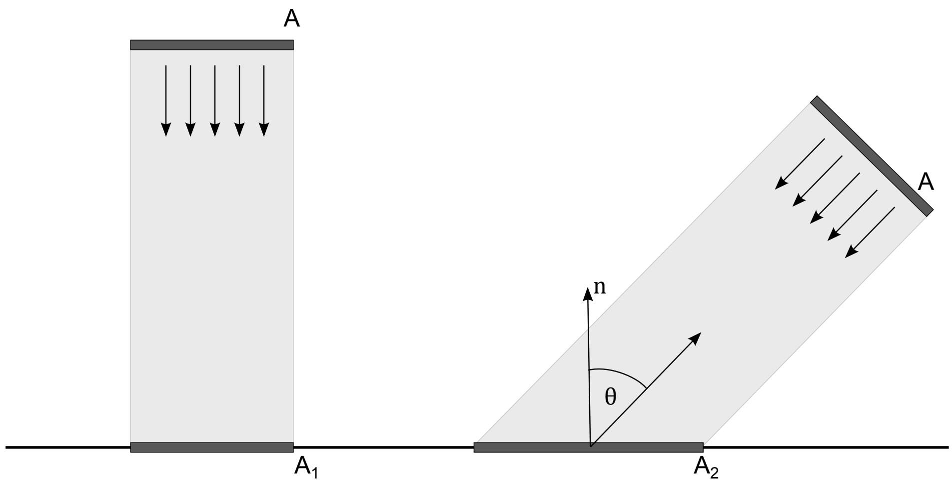


Abbildung 2.2: Lambertsches Gesetz. Die Bestrahlungsstärke an einem Punkt in einer bestrahlten Fläche variiert mit dem Winkel θ zwischen der Flächennormalen n und der Richtung der ankommenden Strahlung.

nimmt Bestrahlungsstärke mit dem Quadrat der Distanz ab, da die Fläche quadratisch zunimmt.

Bei der Bestrahlungsstärke kommt außerdem das *Lambertsche Gesetz* zum tragen. Die von einer Strahlungsquelle mit Fläche A und Strahlungsfluss Φ direkt von oben bestrahlte Teil $A1$ einer Fläche ist exakt A (siehe linke Seite von Abbildung 2.2). Die Bestrahlungsstärke eines jeden Punktes innerhalb von A_1 ist

$$E_1 = \frac{\Phi}{A_1} = \frac{\Phi}{A}.$$

Wird die Fläche stattdessen schräg beleuchtet (siehe Abbildung 2.2, rechts), vergrößert sich die bestrahlte Fläche und die Bestrahlungsstärke nimmt ab. Sei θ der Winkel zwischen der Flächennormalen und der Richtung, aus der die Strahlung auf die Fläche trifft. Dann ist die Bestrahlungsstärke für ein infinitesimales Flächenstück der bestrahlten Fläche A_2 gegeben durch

$$E_2 = \frac{\Phi}{A_2} = \frac{\Phi \cos\theta}{A}.$$

Strahlungsstärke - I

Strahlungsstärke bzw. *Strahlungsintensität* (engl. *intensity*) ist der Strahlungsfluss pro *Raumwinkel*. Raumwinkel stellen eine Erweiterung des gewöhnlichen Winkels dar. Dieser kann in der Ebene als Teilstück eines Einheitskreises definiert und im Bogenmaß (*Radiant*) angegeben werden. Betrachtet man die Einheitskugel, so kann der Raumwinkel als Teilfläche der Oberfläche der Einheitskugel definiert werden. Dabei spielt es keine Rolle, welche Form diese Teilfläche hat. Abbildung 2.3 illustriert dies. Die Einheit für den Raumwinkel ist *Steradiant*.

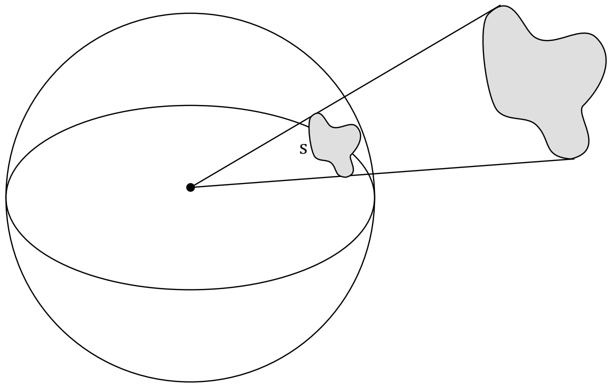


Abbildung 2.3: In drei Dimensionen ist der Raumwinkel ω gleich der auf die Einheitskugel projizierten Fläche des Objekts.

Die Vektoren zwischen dem Mittelpunkt der Einheitskugel und der Menge der Punkte darauf können auch dazu benutzt werden, Richtungen ω im Raum zu beschreiben. In Verbindung mit Raumwinkeln ensteht damit eine bequeme Möglichkeit, über Richtungen zu integrieren. Diese Integrale schreiben sich wie folgt:

$$\int_{\Omega} f(\omega) d\omega.$$

Dabei ist zu beachten, dass nicht direkt über Richtungen sondern über Raumwinkel integriert wird. $d\omega$ bezeichnet somit keine Richtung sondern ein infinitessimales Flächenstück um den durch ω beschriebenen Punkt x auf der Einheitskugel.

Damit kann die Strahlungsstärke nun formal definiert werden:

$$I = \frac{d\Phi}{d\omega}.$$

Strahldichte - L

Strahldichte ist die fundamentalste aller radiometrischen Größen. Strahldichte ist der Strahlungsfluss pro Fläche pro Raumwinkel, also:

$$L = \frac{d\Phi}{d\omega dA^{\perp}}.$$

$dA^{\perp}$ ist dabei die auf ein gedachtes zu ω rechtwinkliges Flächenstück projizierte Fläche dA (siehe Abbildung 2.4). Bildlich gesprochen ist die Strahldichte der Strahlungsfluss pro Fläche aus einer bestimmten Richtung an einem bestimmten Punkt im Raum. Strahldichte eignet sich als Grundgröße für die physikalisch basierte Bildsynthese, da aus ihr alle anderen radiometrischen Größen abgeleitet werden können und da sie im Gegensatz zur Bestrahlungsstärke E über die Entfernung konstant bleibt.

2.2.2 Spektrale Größen

Die meisten Objekte geben elektromagnetische Strahlung über einen breiten Bereich des elektromagnetischen Spektrums ab und tun dies für unterschiedliche Wellenlängen unterschiedlich stark. Die oben beschriebenen radiometrischen Größen haben jeweils ein spektrales Gegenstück, das den Strahlungsfluss, die Strahlungsstärke, die Strahldichte und so weiter in einem infinitesimalen Frequenzspektrum angibt. Üblicherweise werden spektrale Größen durch ein μ im Subskript (wie in L_μ) deutlich gemacht worauf in dieser Arbeit verzichtet wird. Mittels Integration über das betrachtete Frequenzsepktrum erhält man aus den spektralen Größen das jeweilige Gegenstück.

2.2.3 Bemerkungen zu ankommender und ausgesendeter Strahldichte

Es ist wichtig, zwischen der Strahldichte, die an einem Punkt ankommt und der Strahldichte, die von einem Punkt ausgeht, zu unterscheiden. Ein bestimmter Punkt auf einer Oberfläche kann beispielsweise Strahlung aus einer Richtung empfangen und in dieselbe Richtung Strahlung reflektieren. In beiden Fällen zeigt der Richtungsvektor von der Oberfläche weg. Diese Arbeit folgt der Notation aus [PH04a]. Die von einem Punkt x in eine Richtung ω ausgehende Strahlung wird mit $L_o(x, \omega)$ bezeichnet, während die ankommende Strahlung als $L_i(x, \omega)$ geschrieben wird.

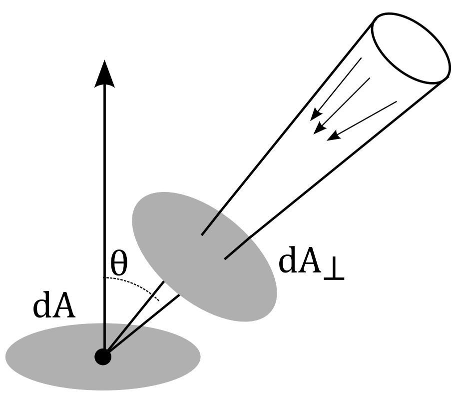


Abbildung 2.4: Strahldichte.

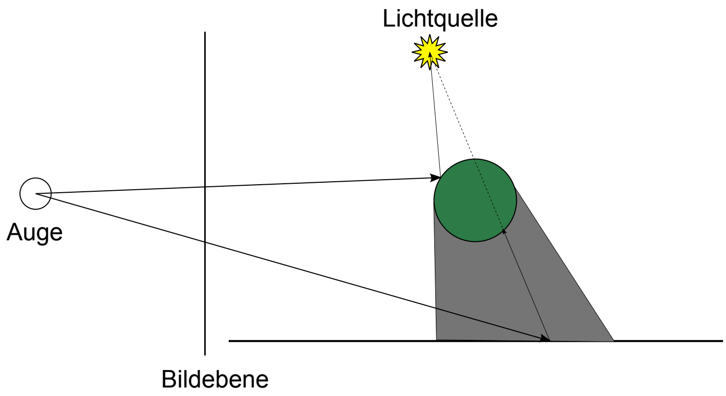


Abbildung 2.5: Schematische Funktionsweise eines Raytracers.

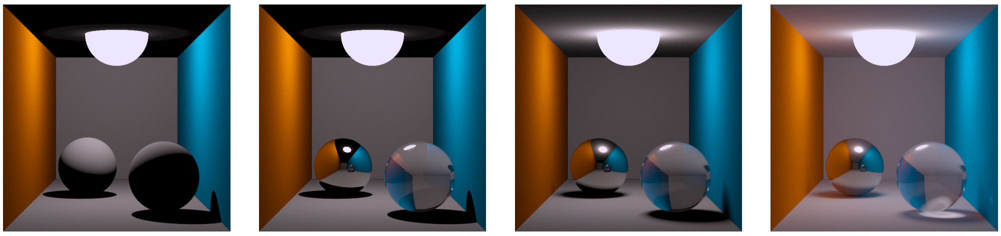
2.3 Raytracing

Raytracing ist die Grundlage vieler Verfahren zur photorealistischen Bildsynthese. Die Grundidee von Raytracing ist die Verfolgung von Strahlen um die Farbe der Pixel auf der Bildfläche zu bestimmen.

Strahlen werden vom Augpunkt aus durch Pixel auf der Bildfläche in die Szene geschickt bis sie auf ein Objekt treffen. Von dort aus können weitere Strahlen ausgeschickt werden. Abbildung 2.5 zeigt den grundsätzlichen Aufbau.

Die ursprüngliche Idee für Raytracing stammt von Appel [App68] und ist heute als Raycasting bekannt. Der Algorithmus schickt für jedes Pixel einen Strahl in die Szene und sucht nach dem nächsten Objekt, das den Strahl schneidet. Mittels der Materialinformation des Objekts sowie über Schattenstrahlen gewonnene Beleuchtungsinformation kann die Farbe des Pixels bestimmt werden. Mit Raycasting können harte Schatten sowie diffuse Beleuchtung berechnet werden (siehe Abbildung 2.6a). Turner Whitted stellte 1980 seinen rekursiven Raytracing-Algorithmus vor [Whi80]. Dabei werden von den Schnittpunkten weitere Strahlen ausgesendet. Rekusives Raytracing erlaubt Reflektion und Refraktion von Licht, jedoch sind die Schatten immer noch hart (siehe Abbildung 2.6b). Ein weiterer Schritt hin zu mehr Realismus gelang durch *Distributed Raytracing* [CPC84]. Anstatt nur je einen Strahl zu verwenden, werden hier mehrere Primär- und Sekundärstrahlen mit zufälliger Variation ausgesandt. So können beispielsweise weiche Schatten berechnet werden, indem von einem Schnittpunkt aus mehrere Schatten einen zufälligen Punkt auf der Lichtquelle abtasten. Neben weichen Schatten mit Kern und Penumbra können zudem Effekte wie Tiefen- und Bewegunsunschärfe simuliert sowie das Bild mit Antialiasing verbessert werden (siehe Abbildung 2.6c).

Es ist erwähnenswert, dass Raytracingverfahren üblicherweise nur Phänomene aus der Strahlenoptik (auch geometrische Optik genannt) simulieren. Dieses Modell macht einige stark vereinfachende Annahmen über das Verhalten von Licht. Dabei wird Licht entweder gestreut, absorbiert oder gebrochen. Das Modell geht weiter davon aus, dass Licht entlang von Geraden verläuft und sich instantan ausbreitet. Phänomene aus der Wellenoptik (Diffraktion



(a) Raycasting mit Schattenstrahlen [a] **(b)** Rekursives Raytracing [b] **(c)** Distributed Raytracing [c] **(d)** Path Tracing [d]

Abbildung 2.6: Beispielbilder verschiedener Raytracingverfahren

[a]Quelle: Thomas Kabir / CC-by-sa 2.0/de / de.wikipedia.org
[b]Quelle: Thomas Kabir / CC-by-sa 2.0/de / de.wikipedia.org
[c]Quelle: Thomas Kabir / CC-by-sa 2.0/de / de.wikipedia.org
[d]Quelle: Thomas Kabir / CC-by-sa 2.0/de / commons.wikimedia.org

und Interferenz), dem Elektromagnetismus (Dispersion und Polarisation), der Quantenoptik (Fluoreszenz und Phosphoreszenz) sowie relativistische Effekte wie die Krümmung von Licht an massiven Objekten werden von der Strahlenoptik nicht abgedeckt [Jar08].

2.4 Path Tracing und die Renderinggleichung

Kajiya stellte 1986 in seinem Artikel [Kaj86] die Renderinggleichung sowie einen auf stochastischen Methoden basierten Bildsynthesealgorithmus vor. Sein Verfahren generalisiert viele der vorigen Verfahren, die im Grunde alle das Ziel hatten, eine Näherung für das Verhalten von Licht, das von Oberflächen auf verschiedene Arten gestreut wird, zu finden. In der in dieser Arbeit verwendeten Notation ist die Rendergleichung

$$L_o(x,\omega_o) = L_e(x,\omega_o) + \int_\Omega f(x,\omega_o,\omega_i) L_i(x,\omega_i) cos\theta_i d\omega_i. \tag{2.1}$$

Die Renderinggleichung besagt, dass an einem Punkt auf einer Fläche die ausgehende Strahlung gleich der emittierten Strahlung plus dem Teil der in Richtung ω_o gestreuten ankommenden Strahlung ist. L_o ist dabei die ausgehende Strahlung am Punkt x in Richtung ω_o und L_e die emittierte Strahlung. $f(x,\omega_o,\omega_i)$ ist die *Bi-directional Scattering Distribution Function* (BSDF), die angibt wieviel ankommendes Licht in eine bestimmte Richtung gestreut wird. Im allgemeinen Fall ist die BSDF eine mindestens vierdimensionale Funktion über die Wellenlänge, die eingehende sowie ausgehende Richtung und einem Punkt auf einer Fläche. Das Integral über die Einheitskugel Ω im hinteren Term der Gleichung gibt an, wie groß die in Richtung ω_o gestreute Menge der aus allen Richtungen ankommenden Strahlung ist.

Für den Fall, dass kein Medium zwischen Flächen mit dem Licht interagiert, lässt sich die Rendergleichung auch so umschreiben, dass in ihr nur noch ausgehende Strahlung vorkommt, denn die an x aus Richtung ω_i ankommende Strahlung ist gleich der Strahlung, die von einem anderen Punkt x' in Richtung $-\omega_i$ ausgesendet wurde. Diese Form der Rendergleichung ist

$$L(x, \omega_o) = L_e(x, \omega_o) + \int_\Omega f(x, \omega_o, \omega_i) L(t(x, \omega_i), -\omega_i) cos\theta_i d\omega_i. \quad (2.2)$$

Dabei ist $t(x, \omega_i)$ eine Funktion, die den nächstliegenden Schnittpunkt eines Strahls von x aus in Richtung ω_i liefert. Für den Fall, dass kein Schnittpunkt gefunden wird, muss eine spezielle Hintergrundfarbe verwendet werden.

Neben allen Effekten aus dem diffusen Raytracing können mit Verfahren, die auf der Renderinggleichung aufbauen auch indirekte Beleuchtung und Kaustiken berechnet werden (siehe Abbildung 2.6d).

Trotz ihrer einfach aussehenden Formulierung ist die Renderinggleichung im Allgemeinen nicht analytisch lösbar. *Path Tracing* ist ein Algorithmus, der mittels Monte-Carlo-Integration numerisch eine angenäherte Lösung für die Renderinggleichung bestimmt. Im Gegensatz zum diffusen Raytracing wird pro Schnittpunkt jeweils nur ein Sekundär- und ein Schattenstrahl ausgesandt. Path Tracing konvergiert mit zunehmender Anzahl an Primärstrahlen gegen die exakte Lösung der Renderinggleichung. Das größte Problem beim Path Tracing ist die *Varianz*, die bei der Monte-Carlo-Integration entsteht und sich in Bildrauschen äußert. Seither wurden verschiedene Verfahren wie Photon Mapping [Jen01], Bidirektionales Path Tracing [VG94] [LW93] oder Metropolis-Light-Transport [VG97] entwickelt um Path Tracing effizienter zu machen. Methoden zur Varianzreduktion bei Monte-Carlo-Integration wie *Importance Sampling* sind besonders nützlich, da weniger Strahlen für ähnliche Bildqualität benötigt werden.

2.5 Partizipierende Medien und Gleichung des Strahlungstransports

Die oben beschriebenen Raytracingverfahren gingen davon aus, dass Strahlung, die zwischen Oberflächen reist, nicht beeinflusst wird. Dies schließt jedoch viele Phänomene aus, die in der Realität vorkommen. In der Natur wird Licht beispielsweise von der Atmosphäre beeinflusst, in Wolken, Staub oder Rauch sowie Geweben wie Haut oder Stoff auf komplexe Weise gestreut oder absorbiert oder von Hitzequellen wie Feuer ausgesendet. Dinge, die Licht auf dem Weg beeinflussen, werden *partizipierende Medien* genannt.

Die Gleichung des Strahlungstransports beschreibt, wie sich die Strahldichte entlang eines Strahlenbündels an einem Punkt in einem partizipierenden Medium ändert [Cha60]. Dabei betrachtet man Strahlung durch differentielle Volumenelemente der Länge dr mit Querschnitt dA, die in Richtung ω orientiert sind. Innerhalb eines solchen Volumenelements wird die Strahldichte durch *Hereinstreuung* und *Emission* erhöht (siehe Abbildung 2.8) und durch Absorption und Herausstreuung verringert (siehe Abbildung 2.7).

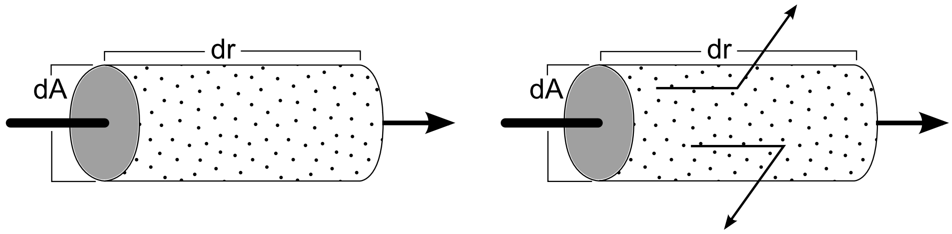


Abbildung 2.7: Die Strahldichte wird im Volumenelement durch Absorption (links) und Herausstreuung (rechts) verringert.

2.5.1 Absorption und Herausstreuung

Die Verringerung der Strahldichte durch Absorption und Herausstreuung wird formal durch die Differentialgleichung

$$(2.3)\quad dL_o(x,\omega) = -\sigma_t(x,\omega)L_i(x,-\omega)dr$$

beschrieben. Der Extinktionskoeffizient $\sigma_t(x,\omega)$ ist die Summe aus dem Absorptionskoeffizienten $\sigma_a(x,\omega)$ und dem Streukoeffizienten $\sigma_s(x,\omega)$ und gibt den Anteil an, um den die Strahldichte durch Absorption oder Streuung pro zurückgelegter Distanz verringert wird.

Der Absorptionskoeffizient gibt den Anteil der Strahldichte an, die pro Längeneinheit absorbiert wird. Im Allgemeinen variiert der Absorptionskoeffizient mit der Position, der Richtung und der Wellenlänge. Die Änderung der Strahldichte durch Absorption wird durch

$$(2.4)\quad dL_o(x,\omega) = -\sigma_a(x,\omega)L_i(x,-\omega)dr$$

beschrieben.

Ähnlich zum Absorptionskoeffizienten gibt der Streukoeffizient an, zu welchen Teilen die Strahldichte pro Längeneinheit durch Streuung verringert wird. Folgende Gleichung beschreibt die Änderung der Strahldichte durch Herausstreuung:

$$(2.5)\quad dL_o(x,\omega) = -\sigma_s(x,\omega)L_i(x,-\omega)dr.$$

Homogene Medien sind Medien, bei denen σ_a und σ_s konstant sind.

Mit dem Extinktionskoeffizienten σ_t ist es möglich, Gleichung 2.3 zu lösen. Die *Transmission* T ist der Anteil an Strahldichte, der auf dem Weg durch das Medium zwischen zwei Punkten entlang einer Geraden übertragen wird:

$$(2.6)\quad T(x,x') = e^{-\int_0^d \sigma_t(x+t\omega,\omega)dt}.$$

x und x' sind dabei zwei Punkte im Medium und ω ist der normalisierte Richtungsvektor von x nach x'. d ist die Länge des Pfadstückes, über das integriert wird, also $d = ||x - x'||$.

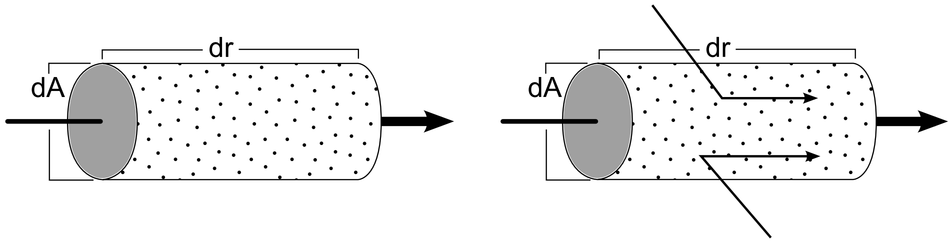


Abbildung 2.8: Die Strahldichte wird im Volumenelement durch Emission (links) und Hereinstreuung (rechts) erhöht.

Die *optische Tiefe* eines Pfades im Medium ist der negierte Exponent in T:

$$(2.7)\quad \tau(x, x') = \int_0^d \sigma_t(x + t\omega, \omega)dt.$$

In homogenen Medien ohne Emission ist das Integral direkt lösbar und ergibt das *Lambert-beersche* Gesetz:

$$(2.8)\quad T(x, x') = e^{-\sigma_t d}.$$

2.5.2 Emission und Hereinstreuung

Die Strahldichte kann auf zwei Wegen erhöht werden. Zum einen kann das Medium Strahlung emittieren, wie das beispielsweise bei Feuer, anderen heißen Gasen oder Plasma der Fall ist. Die Änderung der Strahldichte durch Emission ist durch eine weitere Differentialgleichung

$$(2.9)\quad dL_o(x, \omega) = q_e(x, \omega)dr$$

gegeben. Dabei ist $q_e(x, \omega)$ die Strahldichte, die vom Medium an einem bestimmten Punkt in eine bestimmte Richtung pro Längeneinheit abgegeben wird.

Zum anderen kann die Strahldichte durch Streuung aus anderen Richtungen erhöht werden. Dabei beschreibt die *Phasenfunktion* $f_p(x, \omega, \omega')$ für ein Medium, bei dem die streuenden Partikel weit genug auseinander liegen sodass deren Interaktionen vernachlässigt werden können, wie sich Strahlung durch Streuung in die verschiedenen Richtungen verteilt. Um die Energieerhaltung zu gewährleisten, müssen Phasenfunktionen der Normalisierungsbedingung

$$(2.10)\quad \int_\Omega f_p(x, \omega, \omega')d\omega' = 1$$

genügen. Dadurch wird die Phasenfunktion zu einer Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Streuung in eine bestimmte Richtung. Ein Medium, das in alle Richtungen gleichermaßen streut, ist ein *isotropes* Medium, während in einem *anisotropen* Medium Licht bevorzugt

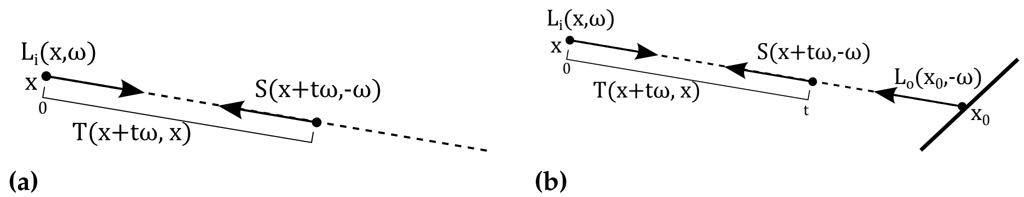


Abbildung 2.9: Schematische Darstellung der Integralform der Strahlungstransportgleichung ohne (a) und mit Oberflächen (b).

vorwärts oder rückwärts gestreut wird. Phasenfunktionen sind außerdem symmetrisch bezüglich ω und ω', das heißt, diese Argumente können vertauscht werden, ohne den Wert der Phasenfunktion zu ändern.

Die Effekte durch Emission und Hereinstreuung werden im *Quellterm* $S(x, \omega)$ zusammengefasst. Dadurch kann die Änderung der Strahldichte durch diese Effekte wieder als Differentialgleichung formuliert werden:

$$(2.11)\quad dL_o(x, \omega) = S(x, \omega)dr,$$

mit

$$(2.12)\quad S(x, \omega) = q_e(x, \omega) + \sigma_s(x, \omega) \int_\Omega f_p(x, \omega, \omega')L_i(x, \omega')d\omega'.$$

Der rechte Term von Gleichung 2.12 ist also das Produkt der Wahrscheinlichkeit der Streuung pro zurückgelegter Distanz, σ_s, und der aus allen Richtungen eingehenden und mit der Phasenfunktion gewichteten Strahldichte.

In ihrer ganzen Form ist die Strahlungstransportgleichung eine Integro-Differentialgleichung, in der die obigen Effekte enthalten sind:

$$(2.13)\quad \omega \cdot \nabla L_o(x, \omega) = -\sigma_t(x, \omega)L_i(x, -\omega) + q_e(x, \omega) + \sigma_s(x, \omega) \int_\Omega f_p(x, \omega, \omega')L_i(x, \omega')d\omega'.$$

Die Strahlungstransportgleichung kann unter Hinzunahme von entsprechenden Randbedingungen in eine reine Integralgleichung umgeformt werden. Für den Fall, dass die Szene keine Oberflächen enthält, kann die Strahldichte an einem Punkt x aus Richtung ω geschrieben werden als:

$$(2.14)\quad L_i(x, \omega) = \int_0^\infty T(x + t\omega, x)S(x + t\omega, -\omega)dt.$$

Dies bedeutet, dass die Strahldichte am Ursprungspunkt x aus Richtung ω alle Beiträge, die Strahldichte hinzufügen an allen Punkten entlang eines Strahls mit Urpsrung x aufsummiert. Dabei wird jeder dieser Beiträge auf dem Weg zum Ursprung durch T zwischen dem jeweiligen Punkt und dem Urpsrung abgeschwächt (siehe Abbildung 2.9a).

Befinden sich reflektierende oder emittierende Oberflächen in der Szene und der Strahl von x aus schneidet auf dem Weg am Punkt $x_0 = x + t_1\omega$ eine Oberfläche, muss die Strahldichte, die von diesem Punkt in Richtung ω ausgeht, einbeziehen (siehe Abbildung 2.9b):

$$(2.15)\quad L_i(x, \omega) = T(x + t_1\omega, x)L_o(x_0, -\omega) + \int_0^{t_1} T(x + t\omega, x)S(x + t\omega, -\omega)dt.$$

2.5.3 Die Henyey-Greenstein-Phasenfunktion

Die Henyey-Greenstein-Phasenfunktion [HG41] ist eine der am weitesten verbreiteten Phasenfunktionen und ist insbesondere in der Bildsynthese beliebt [PH04b], [Wre12]. Die Funktion hängt lediglich vom Winkel θ der Richtungen ω und ω' ab. Der *Anisotropieparameter* $g \in [-1, 1]$ kontrolliert die Verteilung des gestreuten Lichts, wobei negative Werte einer Rückwärststreuung entsprechen, positive Werte Vorwärtsstreuung und 0 isotroper Streuung. Die Henyey-Greenstein-Phasenfunktion ist

$$f_{p,HG}(\theta) = \frac{1}{4\pi} \frac{1 - g^2}{(1 + g^2 - 2g \cos\theta)^{3/2}}. \tag{2.16}$$

Je näher der Parameter g an den Wert -1 bzw. 1 kommt, desto mehr Licht wird in Richtungen nahe $-\omega$ bzw. ω gestreut.

3 Strahlungstransport mit Kugelschalen

Dieses Kapitel formuliert den Strahlungstransport mit Kugelschalen und beschreibt den im Rahmen dieser Diplomarbeit herausgearbeiteten Ansatz zur Vorberechnung der Statistiken von Mehrfachstreuung in partizipierenden Medien mittels Kugelschalen. Die dieser Arbeit zugrundeliegende Idee ist die Arbeit von Moon et al. [MWM07], die zu Anfang dieses Kapitels wiedergegeben wird. Anschließend wird die in dieser Arbeit entwickelte Vorberechnungsmethode erläutert.

3.1 Rendering diskreter, zufälliger Medien mit vorberechneten Streuungslösungen

Moon et al. stellten 2007 einen neuen Ansatz für das Rendering von *diskreten, zufällige Medien* mittels vorberechneten Lösungen für die Streuung in diesen Medien vor. Beispiele für diskrete, zufällige Medien sind Seifenschaum, Ansammlungen von kristallinen Objekten wie Zucker oder andere, dicht beieinander liegende, transparente Objekte. Szenen, die solche Medien enthalten, und deren Geometrie individuell modelliert ist, können zwar mittels Raytracing gerendert werden, jedoch sind solche Ansätze sehr aufwendig. Der Ansatz von Moon et al. betrachtet Streuung in Medien nicht für individuelle Objekte, sondern das statistische Verhalten von Licht in homogenen, kugelförmigen Teilbereichen des Mediums.

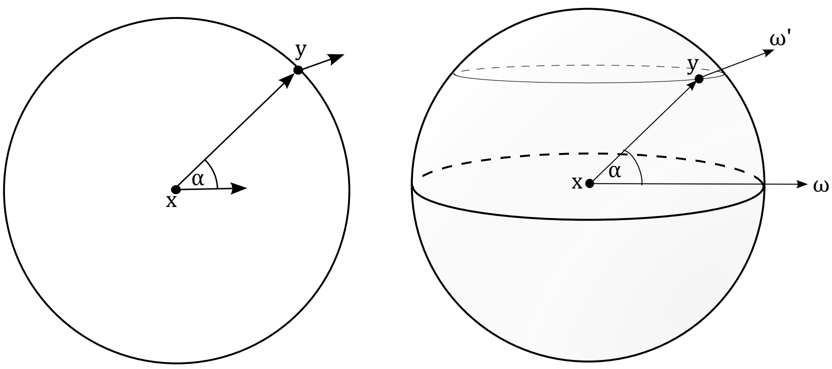


Abbildung 3.1: Geometrie der Kugelschalen in 2D (links) und 3D (rechts).

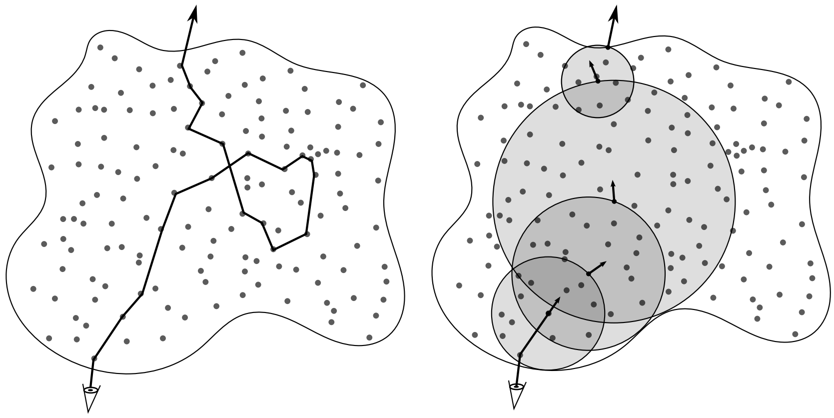


Abbildung 3.2: Links: Beim Path Tracing müssen alle Streuereignisse entlang des Pfades berücksichtigt werden. Rechts: Beim Path Tracing mit Kugelschalen kann der Pfad im Inneren des Mediums in großen Schritten verfolgt werden.

Für ihre Lösung formulieren Moon et. al die *Shell Transport Function* als eine vierdimensionale Verteilung, die angibt, mit welcher Wahrscheinlichkeit Pfade mit Startpunkt x in Richtung ω eine Kugel mit Radius r am Punkt y in Richtung ω' verlassen (siehe Abbildung 3.1):

$$T_r(x, \omega, y, \omega') = p((y, \omega')|(x, \omega)). \tag{3.1}$$

Eine Sicht auf die Funktion T_r ist die eines Schätzers, der den Ausgang eines Experimentes vohersagt, bei dem eine große Zahl von Pfaden durch das Medium verfolgt wird und nur Pfade berücksichtigt werden, die durch den Punkt x in Richtung ω gehen. Zeichnet man alle Austrittspunkte und Richtungen der Pfade auf, die eine Kugel mit Radius r verlassen, so ist die Dichte dieser Paare von Austrittspunkten und -richtungen genau T_r.

Mithilfe der Shell Transport Function haben Moon et al. eine Renderinggleichung formuliert, die den Strahlungstransport über große Distanzen durch das Medium beschreibt:

$$L_o(x, \omega) = \int_{\Omega_r} \int_H T_r(x, \omega, y, \omega') L_i(y, \omega') d\omega' dA(y), \tag{3.2}$$

wobei Ω_r eine Kugel mit Radius r und Mittelpunkt x ist. H ist eine Halbkugel auf y, wobei die Normale von Ω_r an y in Richtung des Pols der Halbkugel zeigt. $d\omega'$ muss dabei als Raumwinkel und damit als Teilfläche von H interpretiert werden, $dA(y)$ ist ein infinitesimales Teilstück von Ω_r um y.

Gleichung 3.2 ist nach [MWM07] nur im Inneren eines Mediums einsetzbar weshalb Verfahren, die auf dieser Gleichung aufbauen, mit anderen Verfahren kombiniert werden müssen, um die Strahldichte nahe des Randes des Mediums zu berechnen. Im Inneren des Mediums können Pfade in großen Schritten generiert werden, indem mittels Importance Sampling anhand von T_r neue Knoten und Richtungen für den Pfad bestimmt werden (siehe Abbildung 3.2).

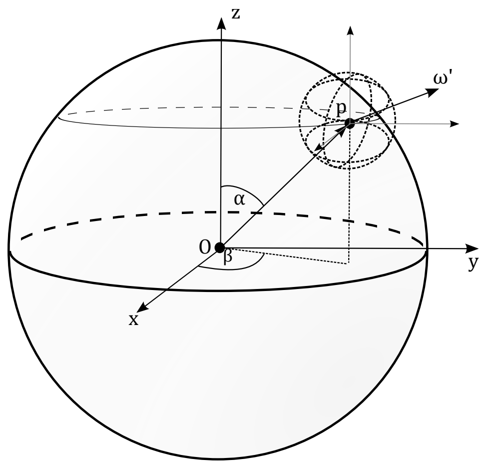


Abbildung 3.3: Illustration der Geometrie für einen Pfad, der die Kugel verlässt. α ist die Abweichung der Richtung vom Ursprung zum Austrittspunkt von der z-Achse. Der Winkel β wird für die Verteilung durch Rotation um $-\beta$ um die z-Achse aus der Richtung zum Austrittspunkt y entfernt. Die Austrittsrichtung ω' wird ebenfalls um $-\beta$ um die z-Achse rotiert. Die Kugel um y ist der Raum aller Austrittsrichtungen. Diese Kugel ist ebenfalls immer in Weltkoordinaten gegeben um Wechsel der Koordinatensystem zu vermeiden.

3.2 Vorberechnung von Lichtpfaden für partiziperende Medien

Nach dem Ansatz von Moon et al. [MWM07] wurde im Rahmen dieser Diplomarbeit eine eigene Lösung für die Vorberechnung von Lichtpfaden für partizipierende Medien entwickelt. Die Statistik der Mehrfachstreuung wird ermittelt, indem in einer mit einem homogenen Medium gefüllten Kugel Pfade anhand der Parameter für das Medium generiert werden, das später gerendert werden soll. Ein Medium ist bestimmt durch den Streukoeffizienten σ_s, den Absorptionskoeffizienten σ_a und die Phasenfunktion f_p. Für homogene Medien sind σ_s und σ_a orts- und richtungsunabhängig. Für die Phasenfunktion beschränkt sich diese Arbeit auf die Henyey-Greenstein-Phasenfunktion.

Die Vorberechnung wird durchgeführt, indem vom Mittelpunkt der Kugel aus Pfade in eine festgelegte Richtung gestartet werden. Die Vorberechnung läuft so lange, bis der Pfad die Kugel verlassen hat, absorbiert wurde oder eine maximale Anzahl an Interaktionen erreicht wurde. In jedem Schritt wird zunächst mittels Importance-Sampling die Distanz bis zur nächsten Interaktion mit dem Medium bestimmt [PKK00]:

(3.3) $d = -ln(1-\xi)/\sigma_t,$

wobei ξ eine uniform verteilte Zufallsvariable aus dem Intervall $[0,1]$ ist. Liegt der Interaktionspunkt noch innerhalb der Kugel, wird die Henyey-Greenstein-Phasenfunktion (wieder mit Importance-Sampling) nach einer neuen Richtung abgetastet [PH04c]. Die neue Richtung wird in der Einheitskugel über Kugelkoordinaten bestimmt. Dabei ist θ der gegen die alte Richtung gemessene Polarwinkel und ϕ der Azimutwinkel. Die Dichteverteilung kann in zwei Komponenten für θ und ϕ separiert werden. Für die Wahrscheinlichkeit von

ϕ gilt $p(\phi) = 1/2\pi$, d.h. für eine uniforme Zufallsvariable $\xi_1 \in [0, 1]$ kann ϕ mit $\phi = 2\pi\xi_1$ bestimmt werden. θ kann für eine weitere uniforme Zufallsvariable ξ_2 bestimmt werden durch

$$\cos\theta = -\frac{1}{|2g|}\left(1 + g^2 - \left(\frac{1-g^2}{1-g+2g\xi_2}\right)\right). \tag{3.4}$$

Die Absorption von Pfaden wird berücksichtigt, indem beim Start des Pfades die *Transmission* T auf den Wert 1 gesetzt wird. Bei jeder Interaktion mit dem Medium wird die Transmission des aktuellen Pfadstücks mittels dem Lambert-beerschen Gesetz ermittelt und mit der Gesamttransmission des Pfades multipliziert. Läge der nächste Interaktionspunkt außerhalb der Kugel, wird für das letzte Pfadstück die Transmission nur bis zum Schnittpunkt mit der Kugel bestimmt. Liegt die Gesamttransmission eines Pfades unter einem vorher definierten Minimum, gilt der Pfad als absorbiert. Algorithmus 3.1 zeigt den ganzen Ablauf für einen Pfad in Pseudocode.

Algorithmus 3.1 Pseudocode für die Verfolgung eines Strahls in der Vorberechnung

```
strahl = Strahl vom Kugelmittelpunkt in Richtung der z-Achse
transmission = 1
absorbiert = false, ausgetreten = false
tiefe = 0
while not absorbiert and not ausgetreten and tiefe < maximaleTiefe do
    y, t' = bestimme nächsten Interaktionspunkt und Teiltransmission
    if y in Kugel then transmission = transmission * t'
        if transmission < minimale Transmission then
            absorbiert = true
            Absorption aufzeichnen
        else
            ω = bestimme neue Richtung anhand der Phasenfunktion
            strahl = Strahl von y in Richtung ω
            tiefe = tiefe + 1
        end if
    else
        ausgetreten = true
        y = Schnitt von strahl mit der Kugel
        N = ||y||
        β = ATAN2(N_y, N_x)                    // arctan der den Quadranten berücksichtigt
        N = rotiere normale um −β um die z-Achse
        α = arccos(N · e_z)
        ω' = rotiere Richtung des Strahls um −β
        SampleAufzeichnen(α, ω')
    end if
end while
```

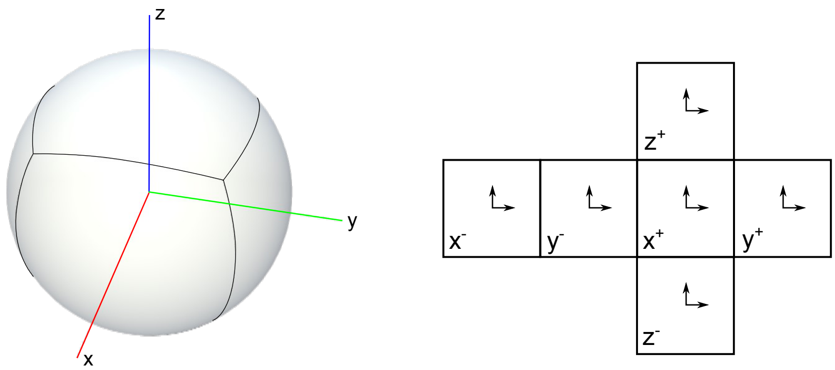


Abbildung 3.4: Aufbau der Kugelprojektion. Die Kugel links zeigt die Kanten des umschließenden Würfels auf die Kugel projiziert. Rechts: Anordnung der Würfelseiten in einem Cubemap-Kreuz und Orientierung der Koordinatensysteme der Seiten.

3.3 Speichern der Resultate der Vorberechung

Verlässt ein Pfad die Kugel, werden der Austrittspunkt y und die Austrittsrichtung ω' aufgezeichnet. Die Verteilung von Austrittspunkten und -richtungen ist eigentlich vierdimensional. Durch die Rotationssymmetrie um die Startrichtung ω kann diese Verteilung jedoch auf drei Dimensionen reduziert werden. Dazu wird der Winkel β im Kleinkreis um die z-Achse bestimmt und der Austrittspunkt um $-\beta$ um die Startrichtung rotiert, sodass er in der x-z-Ebene liegt. Die gleiche Transformation wird auf die Austrittsrichtung angewandt. Der Winkel α ist die Abweichung von der z-Achse. Abbildung 3.3 illustriert diese Situation. Zur Speicherung der Austrittspunkte wird der Bereich für α, 0 bis π, linear in *Bins* unterteilt. Die Richtungen werden für jeden α-Bin mittels des *Cobe Sky Cube* (siehe Abschnitt 3.3.1) diskretisiert, sodass für jede diskrete Richtung die Zahl der Pfade, welche die Kugel um diese Richtung herum verlassen haben, ebenfalls in einem eindimensionalen Array abgelegt werden können.

3.3.1 "Quadrilateralized Spherical Cube"

Der "Quadrilateralized Spherical Cube" (QSC) ist eine Projektion der Kugeloberfläche auf einen umschließenden Würfel. Bei dieser Art von Projektion wird zunächst die Seite des Würfels ermittelt. Danach erhält jede Seite ein kartesisches Koordinatensystem dessen Ursprung in der Mitte der Würfelseite liegt. Die Koordinaten für (x,y) bewegen sich im Intervall von -1 bis +1. Es existieren diverse Varianten von Kugelprojektionen auf den Würfel. Zum einen kann der Punkt der Projektion verändert werden. Zum anderen können durch weitere Verzerrungen die Eigenschaften der Projektion verbessert werden. Die in dieser Arbeit verwendete Methode wird *COBE Sky Cube* (CSC) genannt. Ursprünglich wurde diese Projektion von Chan und O'Neill in einem Paper von 1975 [CO75] vorgeschlagen und später im *Cosmic Background Explorer* Projekt (COBE) zur Speicherung der Verteilung der

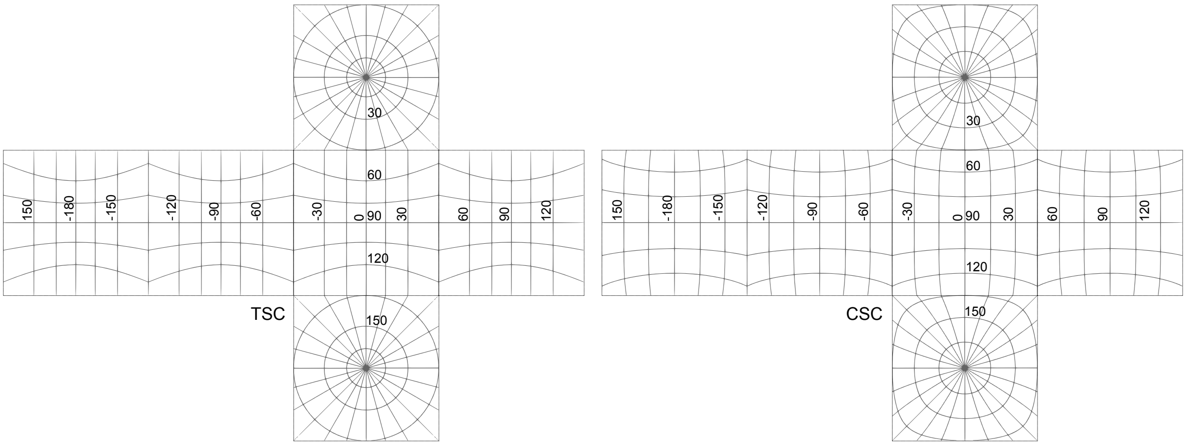


Abbildung 3.5: Cubemaps der tangentialen Projektion (links) und der Cobe-Sky-Cube-Projektion (rechts). Die Meridiane laufen von $-180°$ bis $180°$, die Parallelen von $0°$ bis $180°$.

kosmischen Hintergrundstrahlung verwendet. Der CSC-Projektion liegt eine tangentiale Projektion zugrunde. Diese Art von Projektion besteht aus sechs Seiten eines die Kugel umschließenden Würfels, wobei jede Seite eine gnomonische Projektion eines Teils der Kugel ist. Dabei sind die Seiten des Würfels Tangentialebenen an der Kugel in den Schnittpunkten mit den Hauptachsen. Abbildung 3.4 illustriert diesen Aufbau und zeigt die jeweiligen Koordinatensysteme der Würfelseiten. Durch eine weitere, krummlinige Transformation wird die Projektion beim CSC annähernd flächentreu. Abbildung Abbildung 3.5 verdeutlicht die Unterschiede zwischen der normalen, tangentialen Projektion (TSC, von *Tangential Spherical Cube*) und der CSC-Projektion.

Die Implementierung des CSC stützt sich auf [CG02], da der Originalartikel von Chan und O'Neill nur schwer zu erhalten ist und die dort angegebenen Parameter die gleichen sind, die auch im COBE-Projekt im Einsatz sind.

Aufgrund der Eigenschaften des CSC bietet sich ein Schema für das Binning und Speichern der berechneten Daten in sechs aufeinanderfolgenden eindimensionalen Arrays an. Dabei werden die Seiten des Würfels mit Indizes versehen. Die Zellen jeder Seite werden von unten links nach oben rechts bei 0 beginnend durchnummeriert. Abbildung 3.6 verdeutlicht das Schema. Der Index i einer Zelle über den ganzen Würfel kann mit gegebenem Seitenindex l sowie Koordinaten (x, y) auf der Würfelseite einfach errechnet werden:

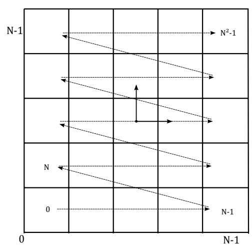


Abbildung 3.6: Binning-Schema für eine Seite des CSC.

$$i = 6N^2 l + N(y+1)/2 + (x+1)/2 \quad (3.5)$$

Wobei N die Zahl der Zellen pro Seite in horizontaler oder vertikaler Richtung sind (N^2 ist dann die Gesamtzahl Zellen pro Seite).

4 Diskussion der Ergebnisse

Dieses Kapitel gibt die Ergebnisse dieser Arbeit wieder. Die in Kapitel 3.2 vorgestellte Methode zur Vorberechnung der Lichtpfade wurde in einem C++-Programm entwickelt. Für die Grundfunktionalität wie Vektorarithmetik, Transformationen, das Sampling der Phasenfunktion oder der Distanz bis zur nächsten Interaktion mit dem Medium wurden Teile des Quellcodes von Mitsuba [mit] verwendet. Mitsuba ist ein Rendering-System, das im Stile von PBRT [PH04a] implementiert wurde. Der Modulare Aufbau erlaubt es, neue Rendering-Verfahren als Plugin zu implementieren und dafür auf Basisfunktionalität wie Laden einer Szene, Schnitttests und so weiter zurückgreifen zu können.

Das entwickelte Programm zur Vorberechnung der Lichtpfade kann über sechs Parameter gesteuert werden. Drei davon, der Streukoeffizient σ_s, der Absorptionskoeffizient σ_a sowie der Anisotropieparameter g der Henyey-Greenstein-Phasenfunktion bestimmen die Charakteristik des Mediums. Weiter können der Radius der Kugelschale sowie die Anzahl der Bins für den Winkel α der Austrittsrichtung gegen die Startrichtung , die Auflösung des Gitters des CSC-Würfels und natürlich die Anzahl der generierten Pfade eingestellt werden. Bislang berücksichtig die Implementierung absorbierende Medien nur insofern, als dass der Absorptionskoeffizient ins Sampling der Distanz bis zur nächsten Interaktion mit dem Medium eingeht. der Quellcode ist dafür allerdings bereits vorbereitet. Die genaue Methode zur Speicherung der Richtungsverteilung ist im Quellcode möglichst weit gekapselt, sodass diese, falls nötig, problemlos ausgetauscht werden kann.

4.1 Qualitative Untersuchung der vorberechneten Ergebnisse

Die Qualität der Vorberechnung wird anhand von Richtungsplots der Austrittsrichtungen für verschiedene Werte des Winkels α des Autrittspunktes gegenüber der Initialrichtung untersucht. Die Daten für die Plots werden für bestimmte Werte von α direkt aus dem CSC-Gitter generiert. Dabei wird für jede Zelle des Gitters durch die inverse Projektion eine Richtung bestimmt, in Kugelkoordinaten umgewandelt und zusammen mit der Anzahl der gesammelten Samples in eine Datei geschrieben. Die Plots selbst werden in Matlab über Interpolation auf einen uniformen Gitter erstellt. Falls nicht gesondert darauf hingewiesen wird, ist der Radius der Kugelschale für alle Experimente 1 und der Absorptionskeffizient $\sigma_s = 0$.

Das erste, was an den Plots auf Seite 31 auffällt, ist vielleicht die Lücke bei θ nahe 0 und π für ϕ nahe $-\pi$. Hier gibt es keine Samples, da bei der Generierung der Daten über das CSC-Gitter diese Richtungen nicht auftreten. Der Grund dafür ist die sehr beschränkte

Auflösung in der Nähe der Pole der Kugel (siehe Abbildung 4.1). Wie sich dies auf das Sampling der Richtungsverteilung auswirkt muss noch untersucht werden. Wie die Plots in Abbildung 4.3 zeigen, werden die Lücken mit höherer Auflösung des Gitters kleiner. Eine gerade Anzahl an Unterteilungen produziert zwar zwei tote Stellen nahe den Polen, jedoch sind diese Stellen weniger ausgeprägt.

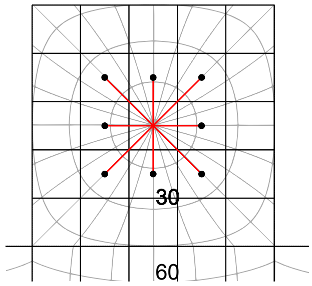


Abbildung 4.1: Die Auflösung des CSC-Gitters in Bezug auf den Winkel ϕ ist für θ nahe Null oder π lediglich 45°.

Für Streukoeffizienten, deren Wert in der Nähe der Größe des Mediums (z.B. 1 für die Einheitskugel) oder kleiner sind, ist die Verteilung für ϕ auf einen schmalen Bereich nahe 0 fokussiert (vgl. Abbildung 4.5. Untersuchungen der berechneten Tabellen für kleine Werte von σ_s haben ergeben, dass Pfade auch außerhalb des fokussierten Bereichs aufgezeichnet werden, jedoch in vergleichsweise sehr geringer Zahl. Diese Beobachtung deckt sich mit der Erwartung an das Importance Sampling. Der fokussierte Bereich wird zudem noch verstärkt, da durch die gewählte Startrichtung (in allen Experimenten die z-Achse) für kleine Werte von σ_s eine bevorzugte Streurichtung vorgegeben wird. Weiter hängt der Austrittspunkt eines Pfades mit nur wenigen Interaktionen maßgeblich von dessen Austrittsrichtung ab. Durch die Transformation des Austrittspunktes in die x-z-Ebene (und damit auch der Austrittsrichtung) werden noch mehr Pfade in der Nähe von $\phi = 0$ aufgezeichnet. In stärker streuenden Medien wird die Startrichtung weniger deutlich und die Abhängigkeit zwischen Austrittspunkt und -richtung verschwindet.

Die Verwendung des CSC zur Speicherung der Richtungen hat sich im Laufe der Arbeit als Hindernis erwiesen. Die Implementierung ist aufwendig und anfällig für Fehler. Eine Glättung der im CSC gespeicherten Richtungsverteilung, beispielsweise über Interpolation, ist auf den Gittern des CSC schwierig und konnte in dieser Arbeit nicht mehr umgesetzt werden. Da die tatsächliche Richtungsverteilung glatt ist, wäre eine Glättung entweder schon bei der Speicherung einzelner Richtungen oder beim Sampling der berechneten Richtungsverteilung unerlässlich um bei einem späteren Rendering der Szene vernünftige Ergebnisse zu erhalten.

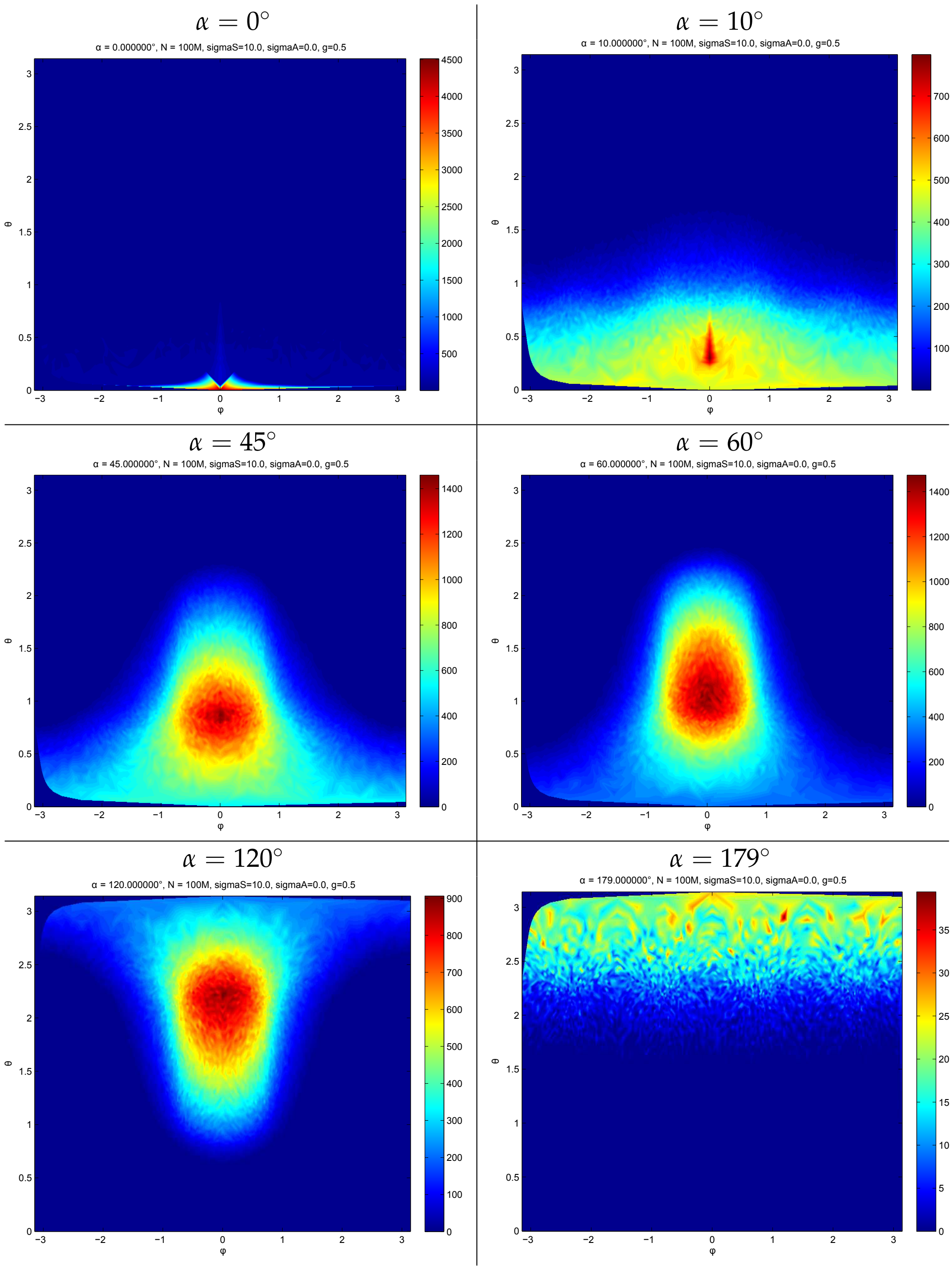


Abbildung 4.2: Verteilungen der Samples für verschiedene Winkel des Austrittspunktes für $\sigma_s = 10$, $g = 0,5$ und 100M Samples. Auffällig ist die Lücke nahe $\phi = -\pi$ bei θ in der Nähe von 0 bzw π. Die Plots zeigen auch, wie sich das Maximum der Samples mit dem Winkel des Austrittspunktes verschiebt. Die Auflösung der CSC-Gitter beträgt pro Seite 45 Unterteilungen je in horizontaler und vertikaler Richtung.

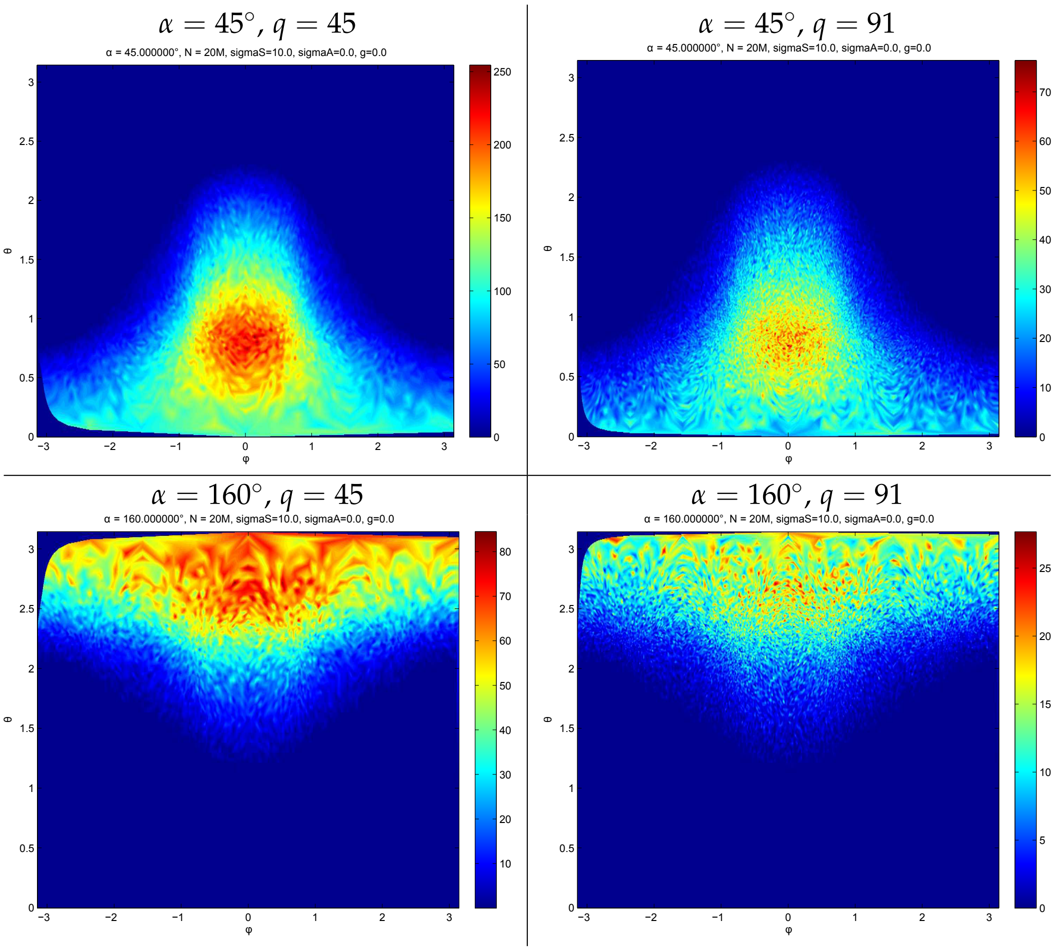


Abbildung 4.3: Verteilungen der Samples für unterschiedliche Auflösungen des CSC-Gitters. q ist die Anzahl der horizontalen bzw. vertikalen Unterteilungen pro Seite des CSC. α ist der Winkel des Austrittspunktes aus der Kugelschale gegen die Startrichtung. Das Medium ist in diesem Beispiel stark streuend ($\sigma_s = 10$). Die Abbildungen zeigen, wie sich der tote Bereich nahe den Polen mit zunehmender Auflösung des CSC-Gitters verkleinert. Bei höherer Auflösung des CSC-Gitters wird die Varianz der ungeglätteten Ergebnisse der Vorberechnung deutlicher.

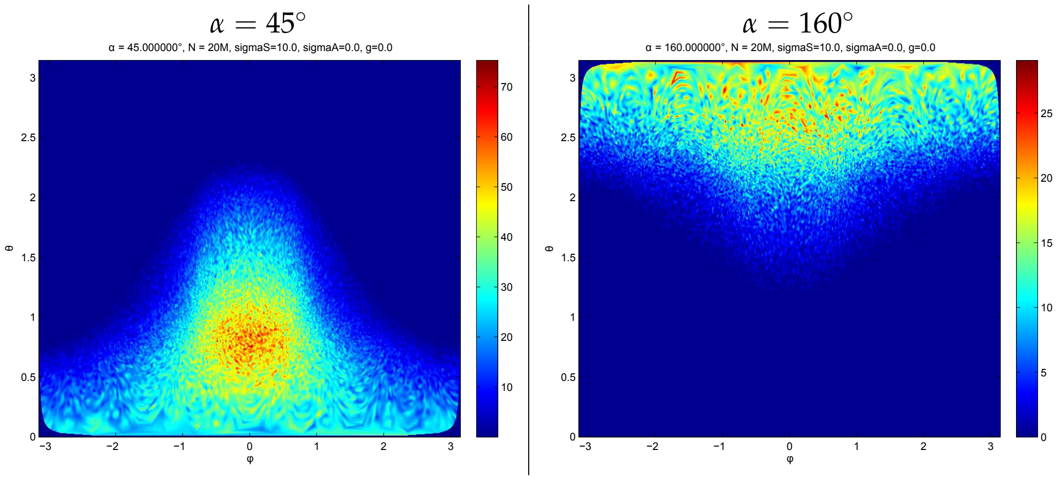


Abbildung 4.4: Für eine gerade Anzahl an Unterteilungen des CSC-Gitters (hier 90 pro Würfelseite in horizontaler und vertikaler Richtung) gibt es zwei tote Stellen nahe den Polen bei $\phi = -\pi$ und $\phi = \pi$, jedoch sind diese im Vergleich zu ähnlich genauen aber ungeraden Unterteilungen weniger ausgeprägt.

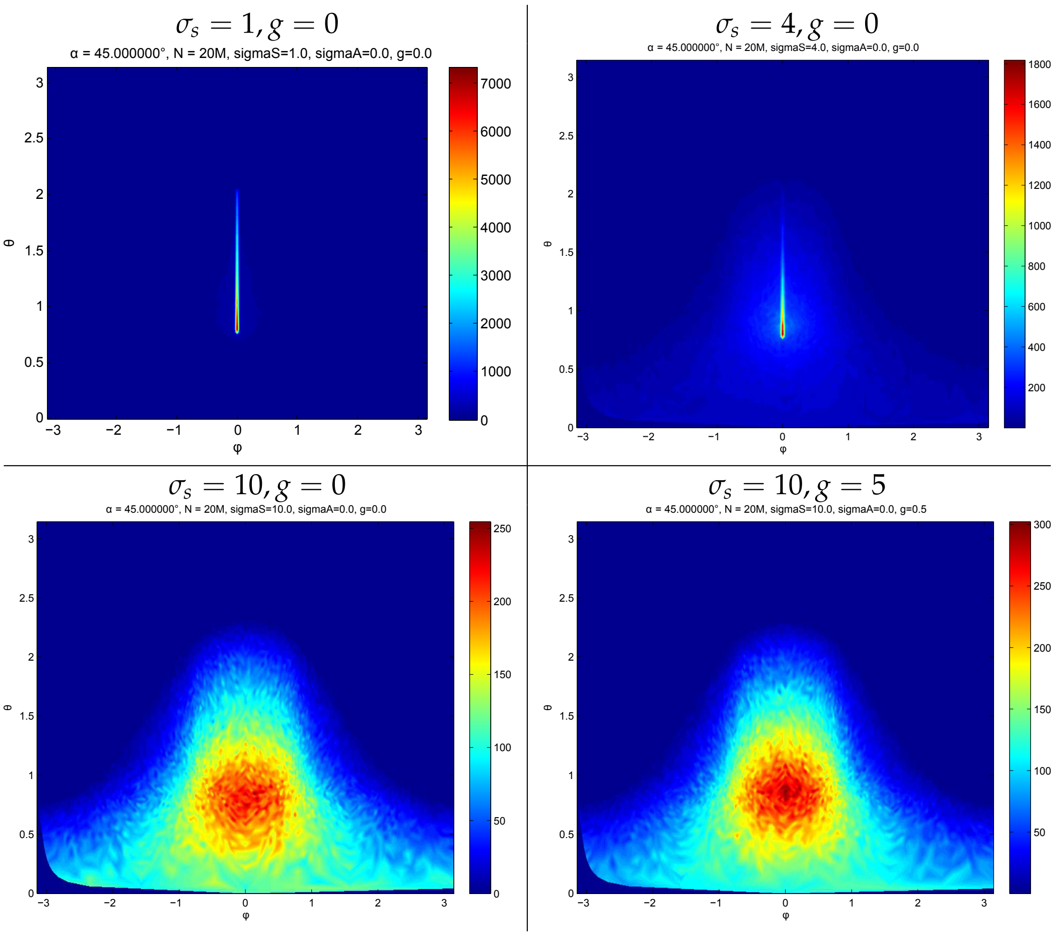


Abbildung 4.5: Entspricht der Wert des Streukoeffizienten σ_s ungefähr der Größe des Mediums (hier ist der Radius der Kugelschale 1), verlassen die Pfade die Kugel in etwa der Richtung der Normale der Kugel im Austrittspunkt (siehe Bild links oben). Je höher der Streukoeffizient wird, desto zufälliger werden die Austrittsrichtungen (siehe rechts oberes und unteres linkes Bild). Für große Streukoeffizienten wird die Anisotropie der Phasenfunktion immer unbedeutender. (vergleiche die unteren beiden Bilder). Die vorwiegende Vorwärtsstreuung ($\sigma_s = 0,5$) äußert sich in einer etwas höheren Zahl von Strahlen bei $\theta = \frac{\pi}{4}$ und $\phi = 0$.

4.2 Laufzeit und Speicherbelegung

Samples	Laufzeit
5M	40s
10M	1m 17s
15M	1m 58s
20M	2m 34s
25M	3m 12s
30M	3m 54s
35M	5m 30s
40M	5m 25s
45M	5m 54s
50M	6m 20s

Tabelle 4.1: Laufzeit gegen Anzahl Samples

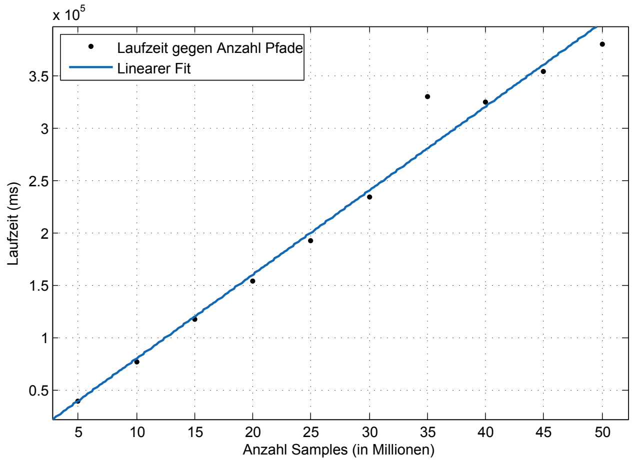


Abbildung 4.6: Laufzeit gegen Zahl der Samples und eingepasste Kurve.

In diesem Abschnitt wird analysiert, inwiefern sich die verschiedenen Parameter auf die Dauer der Berechnung und die Belegung des Arbeitsspeichers auswirken. Alle Experimente wurden auf einem Windows 7 64bit PC mit einer Intel®Core™2 Duo E8400 CPU mit 3 GHz und 8GB Arbeitsspeicher durchgeführt. Die Vorberechung ist nicht parallelisiert und findet ausschließlich auf der CPU statt. Mit dem Visual Studio 2010 C++ Compiler werden ausführbare Dateien für x86-Architekturen mit kompletter Programmoptierung und dem Optimierungsschalter /O2 erstellt. Erweiterte Instruktionssätze wie SSE2 werden nicht genutzt. Die Zeitmessungen basieren auf tatsächlich vergangener Zeit statt CPU-Zeit. Diese Messungen leiden zwar unter stärkeren Fluktuationen, sind aber dennoch ausreichend, um die Zusammenhänge zwischen Parameterwerten und Laufzeiten zu bestimmen.

4.2.1 Anzahl der generierten Pfade

Den größten Einfluss auf die benötigte Zeit für die Vorberechung hat erwartungsgemäßg die Anzahl der generierten Pfade. Die Laufzeit wächst linear mit der Anzahl der verwendeten Samples (siehe Abbildung 4.6). Tabelle 4.1 enthält die Resultate von Durchläufen von 5 Millionen bis 50 Millionen generierten Pfaden. Diese Beobachtung ist nicht überraschend, da alle Pfade unabhängig voneinander berechnet werden können.

4.2.2 Variation von σ_t und dem Anistropieparameter der HG-Phasenfunktion

Die Distanz zur nächsten Interaktion mit dem Medium wird durch $d = -ln(1-\xi)/\sigma_t$ mit der uniformen Pseudozufallsvariablen $\xi \in [0,1]$ bestimmt. Damit ist der Auslöschungskoeffizient σ_t direkt umgekehrt proportional zur abgetasteten Distanz d. Je größer σ_t, desto kürzer wird

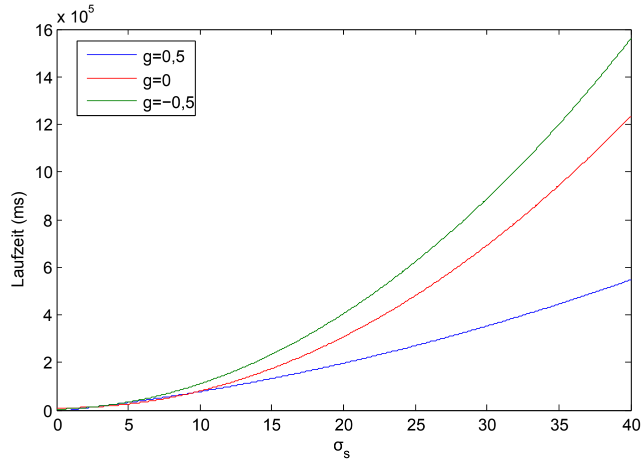


Abbildung 4.7: Laufzeit gegen verschiedene Werte von $sigma_s$. Für drei unterschiedliche Werte für den Anisotropieparameter g der Phasenfunktion. Sowohl für Vorwärts- und Rückwärtsstreuung als auch für isotrope Streuung hat sich ein quadratischer Zusammenhang zwischen dem Streukoeffizienten σ_s ergeben. Die Experimente wurden jeweils mit 2 Millionen Samples durchgeführt.

im Mittel die Distanz bis zur nächsten Interaktion mit dem Medium. Die Resultate aus Testläufen mit $g = 0$, $g = -0,5$ und $g = 0,5$ und 2 Millionen Pfaden zeigen, dass die Laufzeit für wachsende Werte von σ_t leicht quadratisch wächst (siehe Abbildung 4.7), so lange $\sigma_s > 0$. Für den Fall, dass $\sigma_s = 0$, hat der Absorptionskoeffizient σ_a keine Auswirkung, da die Vorberechnung ein homogenes Medium simuliert und der Durchsatz der Strahldichte entlang eines Pfades ohne Streuung direkt berechnet werden kann.

Ein weiterer Zusammenhang besteht zwischen dem Anisotropieparameter g der Henyey-Greenstein-Phasenfunktion und der Berechnungsdauer. Messungen der Laufzeit der Vorberechnung mit $\sigma_s = 8$ und 20 Millionen Pfaden für verschiedene Werte für g deuten auf einen linearen Zusammenhang zwischen dem Anistropieparameter und der Laufzeit hin (siehe Abbildung 4.8 und Tabelle 4.2). Dass die Laufzeit mit zunehmender Dominanz von Rückwärtsstreuung steigt ist zu erwarten, da die Länge der Pfade innerhalb der Kugel im Schnitt größer wird.

4.2.3 Speicherbelegung

Sei n_α die Anzahl der Unterteilungen für den Winkel α und n_c die Anzahl der Zellen pro Seite des CSC jeweils in horizontaler und vertikaler Richtung. Dann benötigt die vorberechnete Tabelle für die Streuung im Medium $n_\alpha \times 6 \times n_c^2 \times 4bytes$ Speicher. Aktuell werden die vorberechneten Ergebnisse noch im ASCII-Format geschrieben, was den Speicherbedarf nochmals erhöht.

g	Laufzeit
-0.8	12m 46s
-0.4	10m 12s
0	1m 7m 32s
0.4	5m 17s
0.8	2m 51s

Tabelle 4.2: Laufzeit gegen Anzahl Samples

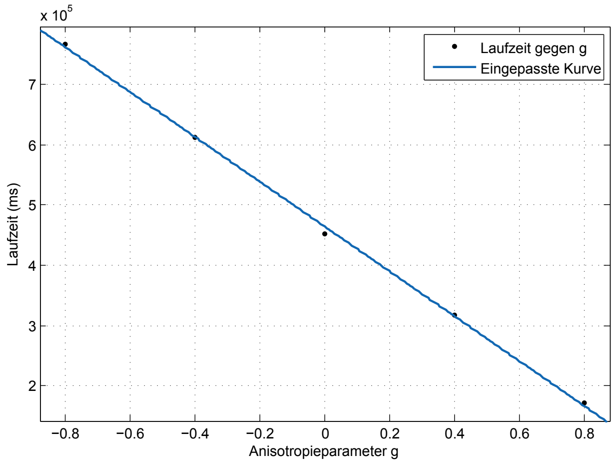


Abbildung 4.8: Laufzeit gegen verschiedene Werte des Anisotropieparameters.

5 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde ein zu dem von Moon et al. [MWM07] ähnliches Verfahren zur Vorberechnung der Statisktik der Streuung von Strahlung in homogenen, kugelförmigen Teilbereichen eines partizipierenden Mediums entwickelt und implementiert. Eine Kugelschale mit Radius r ist repräsentativ für jeden Teilbereich des Mediums um einen Punkt x solange eine Kugel mit Radius r noch vollständig im Medium enthalten ist. Die Analyse der vorberechneten Ergebnisse hat gezeigt, dass diese vorberechneten Lösungen prinzipiell geeignet sind, um den Strahlungstransport in homogenen, partizipierenden Medien zu simulieren, aber auch, dass es sinnvoll ist, die Verteilung der Austrittsrichtungen zu glätten und dass sich dies mit dem in dieser Arbeit verwendeten CSC-Gitter schwierig gestaltet. Weiter hat sich gezeigt, dass die Laufzeit der Vorberechnung nicht nur von der Zahl der simulierten Pfade abhängt, sonder auch von den Parametern des Mediums, insbesondere dem Streukoeffizienten σ_s.

Ausblick

Die in dieser Arbeit vorgestellte Methode zur Vorberechnung von Lichtpfaden wurde entwickelt, um Monte-Carlo Path Tracing von Szenen mit partizierenden Medien zu beschleunigen. Ein offensichtler Weg für weitere Arbeit wäre die Implementierung eines Renderers, der die vorberechneten Lösungen für die Mehrfachstreuung in homogenen Volumen benutzt sowie die Evaluierung der Qualität der damit produzierten Bilder und der Laufzeiteigenschaften. Ein solcher Renderer würde vermutlich ebenfalls auf einem hybriden Ansatz basieren, bei dem nahe des Randes des Volumens Pfade mittels herkömmlichem Path Tracing ein Stück ins Innere des Volumens verfolgt werden wo dann auf das Verfahren mit vorberechneten Lösungen umgeschaltet wird. Eine Erweiterung des Renderers auf absorbierende homogene Medien könnte während der Vorberechnung die Wahrscheinlichkeit, dass ein Pfad durch Absorption beendet wird als den Anteil der in der Vorberechnung absorbierten Pfaden berechnen.

Da die berechneten Tabellen viel Speicherplatz in Anspruch nehmen können, wäre ein weiterer Schritt, die berechneten Richtungsverteilungen mittels einfacherer Funktionen anzunähern. Solche Funktionen könnten durch Fitting an die während der Vorberechnung simulierten Ergebnisse ermittelt werden. In diesem Kontext wäre es auch interessant, ob das Importance-Sampling der Richtungsverteilungen über solche Funktionen beschleunigt werden kann.

Schließlich könnte der Renderer so angepasst werden, dass damit auch inhomogene Medien gerendert werden können. Ein imhomogenes Medium müsste dafür räumlich unterteilt werden, um möglichst große, annähernd homogene Teilbereiche zu finden. Für jeden dieser Teilbereiche würde dann die Vorberechnung wie im homogenen Fall durchgeführt. Beim Rendern des Mediums könnte dann anhand der Raumunterteilung die entsprechende vorberechnete Lösung ausgewählt und für die Berechnung des Pfades innerhalb dieses Teilbereichs benutzt werden.

Literaturverzeichnis

[App68] A. Appel. *Some techniques for shading machine renderings of solids*, S. 37. Association for Computing Machinery, 1968. doi:10.1145/1468075.1468082. URL http://dx.doi.org/10.1145/1468075.1468082. (Zitiert auf Seite 16)

[CG02] M. R. Calabretta, E. W. Greisen. Representations of celestial coordinates in FITS. *Astronomy and Astrophysics*, 395(3):1077–1122, 2002. doi:10.1051/0004-6361:20021327. URL http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361:20021327. (Zitiert auf Seite 28)

[Cha60] S. Chandrasekhar. *Radiative Transfer*. Dover Books on Intermediate and Advanced Mathematics. Dover Publications, 1960. (Zitiert auf Seite 18)

[CO75] F. K. Chan, O'Neill. Feasibility Study of a Quadrilateralized Spherical Cube Earth Data Base, Computer Sciences Corp., EPRF Tech. Report 2-75. Prepared for the Environmental Prediction Research Facility. Technischer Bericht, Environmental Prediction Research Facility, 1975. (Zitiert auf Seite 27)

[CPC84] R. L. Cook, T. Porter, L. Carpenter. *Distributed ray tracing*, S. 137–145. Association for Computing Machinery, 1984. doi:10.1145/800031.808590. URL http://dx.doi.org/10.1145/800031.808590. (Zitiert auf Seite 16)

[CTW+04] Y. Chen, X. Tong, J. Wang, S. Lin, B. Guo, H.-Y. Shum. *Shell texture functions*, S. 343. Association for Computing Machinery, 2004. doi:10.1145/1186562.1015726. URL http://dx.doi.org/10.1145/1186562.1015726. (Zitiert auf Seite 10)

[HG41] L. C. Henyey, J. L. Greenstein. Diffuse radiation in the Galaxy. *The Astrophysical Journal*, 93:70, 1941. doi:10.1086/144246. URL http://dx.doi.org/10.1086/144246. (Zitiert auf Seite 22)

[Jar08] W. Jarosz. *Efficient Monte Carlo Methods for Light Transport in Scattering Media*. Dissertation, UC San Diego, 2008. (Zitiert auf Seite 17)

[JB02] H. W. Jensen, J. Buhler. *A rapid hierarchical rendering technique for translucent materials*, S. 576. Association for Computing Machinery, 2002. doi:10.1145/566570.566619. URL http://dx.doi.org/10.1145/566570.566619. (Zitiert auf Seite 10)

[JC98] H. W. Jensen, P. H. Christensen. Efficient Simulation of Light Transport in Scences with Participating Media Using Photon Maps. In *Proceedings of the 25th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, SIGGRAPH '98, S. 311–320. ACM, New York, NY, USA, 1998. doi:10.1145/280814.280925. URL http://doi.acm.org/10.1145/280814.280925. (Zitiert auf Seite 10)

[Jen01] H. W. Jensen. *Realistic Image Synthesis Using Photon Mapping*. A K Peters/CRC Press, 2001. (Zitiert auf Seite 18)

[Kaj86] J. T. Kajiya. The rendering equation. In *Computer Graphics*, S. 143–150. 1986. (Zitiert auf Seite 17)

[LCTS05] P. Ledda, A. Chalmers, T. Troscianko, H. Seetzen. *Evaluation of tone mapping operators using a High Dynamic Range display*, S. 640. Association for Computing Machinery, 2005. doi:10.1145/1186822.1073242. URL http://dx.doi.org/10.1145/1186822.1073242. (Zitiert auf Seite 11)

[LLL+96] E. P. Lafortune, E. P. Lafortune, E. P. Lafortune, Y. D. Willems, Y. D. Willems. Rendering Participating Media with Bidirectional Path Tracing. In *In Eurographics Rendering Workshop*, S. 91–100. Springer-Verlag/Wien, 1996. (Zitiert auf Seite 10)

[LPT05] H. Li, F. Pellacini, K. E. Torrance. A Hybrid Monte Carlo Method for Accurate and Efficient Subsurface Scattering. In *Proceedings of the Sixteenth Eurographics Conference on Rendering Techniques*, EGSR'05, S. 283–290. Eurographics Association, Aire-la-Ville, Switzerland, Switzerland, 2005. doi:10.2312/EGWR/EGSR05/283-290. URL http://dx.doi.org/10.2312/EGWR/EGSR05/283-290. (Zitiert auf Seite 10)

[LW93] E. P. Lafortune, Y. D. Willems. Bi-Directional Path Tracing. In *PROCEEDINGS OF THIRD INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTATIONAL GRAPHICS AND VISUALIZATION TECHNIQUES (COMPUGRAPHICS'93*, S. 145–153. 1993. (Zitiert auf Seite 18)

[mit] URL http://www.mitsuba-renderer.org/. (Zitiert auf Seite 29)

[MWM07] J. T. Moon, B. Walter, S. R. Marschner. Rendering Discrete Random Media Using Precomputed Scattering Solutions. In *Proceedings of the 18th Eurographics Conference on Rendering Techniques*, EGSR'07, S. 231–242. Eurographics Association, Aire-la-Ville, Switzerland, Switzerland, 2007. doi:10.2312/EGWR/EGSR07/231-242. URL http://dx.doi.org/10.2312/EGWR/EGSR07/231-242. (Zitiert auf den Seiten 9, 23, 24, 25 und 39)

[PH04a] M. Pharr, G. Humphreys. *Physically Based Rendering: From Theory to Implementation*. Morgan Kaufmann series in interactive 3D technology. Elsevier Science, 2004. (Zitiert auf den Seiten 15 und 29)

[PH04b] M. Pharr, G. Humphreys. *Physically Based Rendering: From Theory to Implementation*, Kapitel 12, S. 580. Morgan Kaufmann series in interactive 3D technology. Elsevier Science, 2004. (Zitiert auf Seite 22)

[PH04c] M. Pharr, G. Humphreys. *Physically Based Rendering: From Theory to Implementation*, Kapitel 15, S. 712–713. Morgan Kaufmann series in interactive 3D technology. Elsevier Science, 2004. (Zitiert auf Seite 25)

[PKK00] M. Pauly, T. Kollig, A. Keller. Metropolis Light Transport for Participating Media. In *Proceedings of the Eurographics Workshop on Rendering Techniques 2000*, S. 11–22. Springer-Verlag, London, UK, UK, 2000. URL http://dl.acm.org/citation.cfm?id=647652.732117. (Zitiert auf den Seiten 10 und 25)

[PM93] S. N. Pattanaik, S. P. Mudur. Computation of global illumination in a participating medium by monte carlo simulation. *The Journal of Visualization and Computer Animation*, 4(3):133–152, 1993. doi:10.1002/vis.4340040303. URL http://dx.doi.org/10.1002/vis.4340040303. (Zitiert auf Seite 9)

[Sta95] J. Stam. Multiple scattering as a diffusion process. In P. Hanrahan, W. Purgathofer, Herausgeber, *Rendering Techniques '95*, Eurographics, S. 41–50. Springer Vienna, 1995. doi:10.1007/978-3-7091-9430-0_5. URL http://dx.doi.org/10.1007/978-3-7091-9430-0_5. (Zitiert auf Seite 10)

[VG94] E. Veach, L. Guibas. Bidirectional Estimators for Light Transport. In *Fifth Eurographics Workshop on Rendering*, S. 147–162. Darmstadt, Germany, 1994. (Zitiert auf Seite 18)

[VG97] E. Veach, L. J. Guibas. Metropolis Light Transport. In *Computer Graphics (SIGGRAPH '97 Proceedings*, S. 65–76. Addison Wesley, 1997. (Zitiert auf Seite 18)

[Whi80] T. Whitted. An Improved Illumination Model for Shaded Display. *Commun. ACM*, 23(6):343–349, 1980. doi:10.1145/358876.358882. URL http://doi.acm.org/10.1145/358876.358882. (Zitiert auf Seite 16)

[Wre12] M. Wrenninge. *Production Volume Rendering: Design and Implementation*, Kapitel 4, S. 301. A K Peters/CRC Press, 2012. (Zitiert auf Seite 22)

Alle URLs wurden zuletzt am 12. 01. 2014 geprüft.

Erklärung

Ich versichere, diese Arbeit selbstständig verfasst zu haben. Ich habe keine anderen als die angegebenen Quellen benutzt und alle wörtlich oder sinngemäß aus anderen Werken übernommene Aussagen als solche gekennzeichnet. Weder diese Arbeit noch wesentliche Teile daraus waren bisher Gegenstand eines anderen Prüfungsverfahrens. Ich habe diese Arbeit bisher weder teilweise noch vollständig veröffentlicht. Das elektronische Exemplar stimmt mit allen eingereichten Exemplaren überein.

Ort, Datum, Unterschrift