Stuttgarter Mathematikschrift für Blinde
Vorschlag für eine 8-Punkt-Mathematikschrift

Dr. Waltraud Schweikhardt
Institut für Informatik, Universität Stuttgart
Breitwiesenstr. 20-22, 70565 Stuttgart, F. R. Germany

April 1989

1 Einleitung

Bis heute gibt es keine einheitliche Mathematikschrift für Blinde. Grundlage aller in der Bundesrepublik Deutschland existierenden Versionen ist das System der Mathematik- und Chemieschrift für Blinde, das von Dr. F. M. Scheid, Dr. W. Windau und Prof. G. Zehme zusammengestellt wurde [3]. Die in dieser Zusammenstellung definierte Mathematikschrift genügte aber nicht mehr dem Zeichenumfang der modernen Mathematik, insbesondere wurden durch die Einführung der Mengenlehre an den Schulen weitere Blindenschriftzeichen erforderlich. So entstand 1955 eine Neufassung und Vervollständigung des Systems der internationalen Mathematikschrift für Blinde [1].
H. Rhinow stellte 1977 Mathematische Zeichen und Abkürzungen in Braille-Schrift für den Unterricht auf der Sekundarstufe I zusammen, die den Anforderungen im Unterricht durch verschiedene Vereinfachungen angepaßt wurden. Diese Festlegungen wurden inzwischen in [2] veröffentlicht.

Wegen des begrenzten Zeichenumfangs der herkömmlichen Punktschrift müssen mehrere mathematische Zeichen der Schwarzschrift durch 2 oder gar 3 Blindenschriftzeichen dargestellt werden. Dies führt einerseits zu sehr umfangreichen mathematischen Ausdrücken, erschwert aber vor allem die Kommunikation zwischen einem blinden Schüler und seinen sehenden Lehrern und Mitschülern im integrierten Unterricht an einer Regelschule.

Im folgenden wird ein Vorschlag für eine Mathematikschrift vorgestellt, die auf einer 8-Punkt-Schrift basiert und deren Zeichen jeweils genau ein Zeichen der Schwarzschrift darstellen.

2 Technische Voraussetzungen für den Einsatz einer 8-Punkt-Schrift

Mit handelsüblichen Bogenmaschinen können nur 6-Punkt-Zeichen geprägt werden. In immer mehr elektronischen Aufzeichnungsgeräten für Blinde werden Module mit 8 Stiften zur Darstellung von Blindenschriftzeichen verwendet. Die Geräte verfügen auch über eine entsprechende Tastatur.

Im Rahmen eines von der Deutschen Forschungsgemeinschaft geförderten Projekts untersuchten wir von 1978 bis 1981, in welcher Weise mit Methoden des rechnerunterstützten Unterrichts die Integration blinder Schüler in den Unterricht an Regelschulen erleichtert und gefördert werden kann. Dabei entwickelten wir eine rechnerunterstützte Lern- und Arbeitsumgebung für Blinde, deren zentrale Einheit ein Mikrorechner ist [4]. Im Zusammenhang mit der Erstellung von Lernprogrammen für den Mathematikunterricht, vor allem aber bei der Entwicklung eines Textverarbeitungssystems für blinde Schüler, erkannten wir die Schwierigkeiten, die die Mathematikschrift, so wie sie seither verwendet wurde, für den Unterricht in der Regelschule bietet. Wir entwickelten deshalb innerhalb des Projekts eine 8-Punkt-Schrift, die die übliche Braille-Schrift erweitert und eine umkehrbar eindeutige Zuordnung von Punkt- und Schwarzschriftzeichen ermöglicht.
Da in unserem Pilotsystem ein Mikrorechner mit der Programmiersprache APL verwendet wird, steht ein großer Zeichensatz zur Verfügung, der Groß- und Kleinbuchstaben sowie die meisten Mathematikzeichen umfaßt. Das Geschriebene kann somit für sehende Leser in einer Form ausgedruckt werden, die der Schreibweise in Schwarzschrift sehr nahe kommt und ist damit für Blinde wie für Sehende gleichermaßen zu verstehen.

3 Die Stuttgarter Mathematikschrift für Blinde

Die Stuttgarter Mathematikschrift für Blinde (SMSB) ist eine 8-Punkt-Schrift; die beiden neu hinzugenommenen Punkte 7 und 8 stehen unter Punkt 3 bzw. 6.

Jedes Zeichen steht für genau ein Schwarzschriftzeichen. Damit kann kein Zeichen eine Lautgruppe der Voll- bzw. Kurzschrift bedeuten. Die Zeichenfolge eines mathematischen Ausdrucks, in dem mehrere Zeichen vorkommen, die in Voll- bzw. Kurzschrift für eine Lautgruppe oder Kürzung stehen, ergibt höchstens in ganz vereinzelten Ausnahmefällen mit dieser Interpretation einen Sinn. Umgekehrt sind keine Aufhebungspunkte vor Einzelbuchstaben notwendig und werden deshalb weggelassen.

Angekündigt werden lediglich Buchstaben des deutschen und des griechischen Alphabets. Diese Ankündigungszeichen sind aber durch je ein Schwarzschriftzeichen darstellbar, so daß sie auch im Druckbild von einem sehenden Leser verstanden werden. Gekennzeichnet werden außerdem Zeichen, die in der Schwarzschrift tiefgestellt oder hochgestellt sind.

Leerräume können überall eingesetzt werden, wo sie einer besseren Lesbarkeit dienen, sie müssen gesetzt werden, wo sie für die eindeutige Bedeutung eines Ausdrucks notwendig sind.

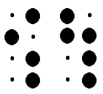
3.1 Alphabete

Es werden folgende Alphabete unterschieden:

1. Lateinische Kleinbuchstaben werden entsprechend der Braille-Schrift verwendet:

⠁	⠃	⠉	
a	b	c	usw.

Ausnahmen bilden die Umlaute ö und ü, sie erhalten zusätzlich den Punkt 8.

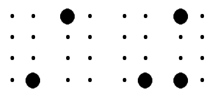


ö ü

Der Grund für diese Abweichung von der bisher üblichen Braille-Schrift liegt in der Gestaltung der Ziffern in Punktschrift (Siehe 3.2.1).

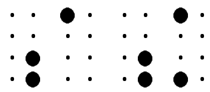
2. Lateinische Großbuchstaben entstehen aus lat. Kleinbuchstaben durch Hinzunahme von Punkt 7.

3. Deutsche Buchstaben entstehen aus den lateinischen durch Voranstellen von Punkt 8. Auf dem Drucker erscheint dafür vor dem lat. Buchstaben ein nach oben und unten zeigender Pfeil $\updownarrow$.



$\updownarrow$ a $\updownarrow$ A

4. Griechische Buchstaben entstehen aus den lateinischen durch Voranstellen des Zeichens mit den Punkten 6 und 8. In Schwarzschrift wird dafür ein nach oben und unten zeigender unterstrichener Pfeil $\underline{\updownarrow}$gedruckt.

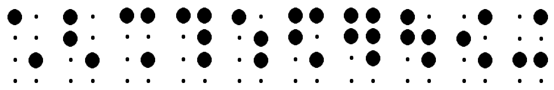


$\underline{\updownarrow}$ a $\underline{\updownarrow}$ A

3.2 Zahlen

3.2.1 Ziffern

Zur Darstellung der arabischen Ziffern werden die auch von blinden Programmierern benutzten Zeichen verwendet, d.h. die Buchstaben a bis i jeweils durch Punkt 6 ergänzt. Die 0 wird durch das ie-Zeichen dargestellt. Das vorangestellte Zahlzeichen wird damit überflüssig.

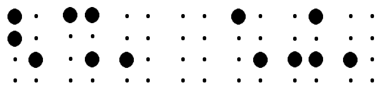


1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Das Bildungsgesetz für die natürlichen Zahlen wird bei der 0 nicht eingehalten. Es würde der Buchstabe w entstehen, der auch in der Mathematik häufig verwendet wird.

3.2.2 Ordnungszahlen

Ordnungszahlen werden wie in der Schwarzschrift durch Anfügen eines Punktes dargestellt:

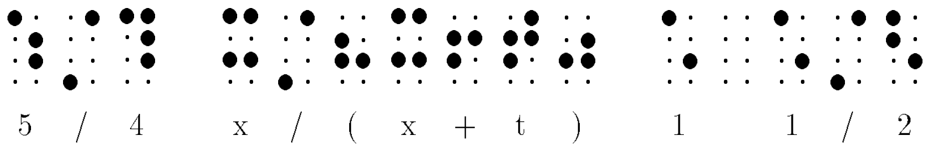


2 3 . 1 0 .

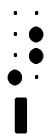
3.2.3 Brüche

Brüche können auf zweierlei Arten dargestellt werden. Die erste Möglichkeit ist die Art Zähler/Nenner, wobei Zähler und Nenner gegebenenfalls in Klammern stehen. Der Schrägstrich wird dabei durch die Punkte 4 und 7 dargestellt. In gemischten Brüchen wird der ganzzahlige Anteil durch ein Leerzeichen vom gebrochenen getrennt.

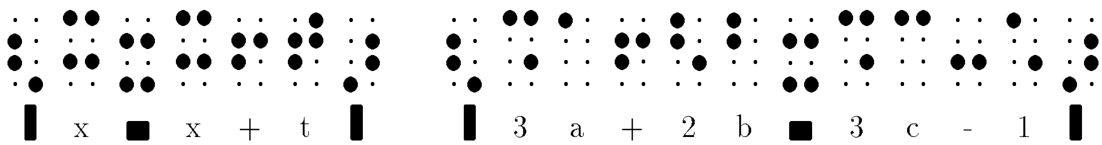
Beispiele:



Die zweite Darstellungsart für Brüche verwendet Bruchanfangs- und Bruchendeklammern

 und , sowie ein Zeichen für den Bruchstrich 

Beispiele:



3.2.4 Dezimalbrüche

Dezimalbrüche ohne Periode werden wie in der Schwarzschrift geschrieben. In Dezimalbrüchen mit einer Periode wird diese zwischen runde Klammern gesetzt.

Beispiele:

⠳	⠄	⠬	⠻	⠳	⠂	⠬	⠻	⠩	⠂	⠦	⠩	⠴
8	.	0	7	8	,	0	7	3	,	(	3	)

3.2.5 Römische Zahlen

Römische Zahlen werden wie in der Schwarzschrift durch die entsprechenden Großbuchstaben geschrieben.

Beispiel:

⡍	⡉	⡍	⡇	⡊	⡭
M	C	M	L	I	X

3.3 Dyadische Operatoren (Verknüpfung)

⠖	$+$	Plus
⠤	-	Minus
⣖	$\pm$	Plus oder Minus
⡶	$\mp$	Minus oder Plus

⡄	$\cdot$	Malpunkt
⣄	x	Malkreuz
⠒	:	bzw.
⡴	$\div$	geteilt durch
⡬	$\wedge$	log. und
⡩	$\vee$	log. oder
⠔	$*$	Stern
⡖	$\lceil$	dyadisches Wurzelzeichen
⣳	$\otimes$	über (in Binomialkoeff.)
⢬	$\cap$	geschnitten mit
⢩	$\cup$	vereinigt mit
⢁	$\setminus$	ohne
⣤	$\circ$	hintereinander ausführen

3.4 Monadische Operatoren

⢤	¬	Negation
⢉	√	Quadratwurzel
⢖	!	Fakultät

Beispiele:

6-Punkt-Mathematikschrift	SMSB
⠼⠃⠉⠀⠖⠼⠉⠙	⠣⠩⠖⠩⠹
# b c + # c d	2 3 + 3 4
⠠⠁⠀⠩⠄⠠⠃	⠁⡩⠃
’ a 3 . ’ b	a ∨ b
⠼⠙⠬⠒	⠹⡘⠩
# d 0 :	4 ↑ 3
⠪⠼⠋⠳⠼⠉⠕	⠫⣳⠩
9 # f 8 # c o	6 ⊗ 3
⠼⠃⠀⠄⠩⠼⠉	⠣⡄⢉⠩
# b . 3 # c	2 · √ 3

3.5 Relationszeichen

⠶	$=$	gleich
⢶	$\neq$	ungleich
⣶	$\equiv$	bzw.
⠶⠶	$==$	identisch gleich
⢤⣶	$\neg\equiv$	bzw.
⢶⢶	$\neq\neq$	nicht identisch gleich
⢦	$\approx$	ungefähr gleich
⢄	$\sim$	ähnlich
⣦	$\simeq$	bzw.
⢄⠶	$\sim=$	kongruent
⡢	$>$	größer
⢔	$<$	kleiner
⣢	$\geq$	größer oder gleich

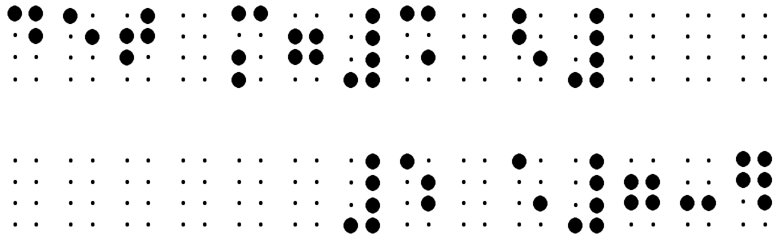
⣔	$\leq$	kleiner oder gleich
⡢⡢	$>>$	groß gegen
⢔⢔	$<<$	klein gegen
⠶⡢	$=>$	impliziert
⢔⠶⡢	$<=>$	genau dann
⢸	$\mid$	teilt
⢤⢸	$\neg\mid$	teilt nicht
⢣	$\in$	ist Element von
⢤⢣	$\neg\in$	ist nicht Element von
⡣	$\subset$	ist Teilmenge von
⢤⡣	$\neg\subset$	ist nicht Teilmenge von
⢜	$\supset$	ist Obermenge von
⢤⢜	$\neg\supset$	ist nicht Obermenge von

3.6 Klammern, Determinanten- und Betragstriche, Norm

⠦ ⠴	( )	runde Klammern
⠷ ⠾	[ ]	eckige Klammern
⢎ ⡱	{ }	geschweifte Klammern
⢧ ⡼	⟨ ⟩	Matrixklammern (für jede Zeile zu setzen)
⣸ ⣸	┤├	Determinantenstriche (für jede Zeile zu setzen)
⢸ ⢸	| |	Betragstriche
⢰ ⢰	||	Norm

Beispiele:

⢸⠤⠹⢸⠶⠹	$\lvert -4 \rvert = 4$
⡍⠶⢧⠩⠀⠣⡼	$M = \langle\ 3 \quad 2\ \rangle$
⠀⠀⢧⠱⠀⠡⡼	$\langle\ 5 \quad 1\ \rangle$

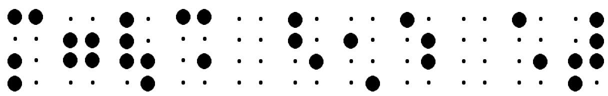


d e t M = ┤ 3 2 ┤

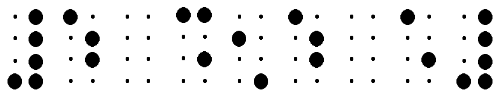
┤ 5 1 ┤ = - 7

Matrizen und Determinanten können auch linear dargestellt werden, indem zwischen zwei Zeilen das Anschlußzeichen $\rightleftharpoons$ geschrieben wird.

Beispiele:



M = $\langle$ 3 2 $\rightleftharpoons$ 5 1 $\rangle$



┤ 5 3 $\rightleftharpoons$ 5 1 ┤

3.7 Zeichen in der Analysis

⢡ $\downarrow$ Ankündigunszeichen für einfaches tiefgestelltes Zeichen

⡘ $\uparrow$ Ankündigungszeichen für einfaches hochgestelltes Zeichen

⢱ $\searrow$ Ankündigungszeichen für tiefgestellte Zeichenkette

⡸ $\nearrow$ Ankündigungszeichen für hochgestellte Zeichenkette

⣹ $\heartsuit$ Schlußzeichen für eine durch $\searrow$ und $\nearrow$ angekündigte Zeichenkette

⠈ $\underline{\circ}$ Ableitungspunkt

⢙ δ Partielle Ableitung

⢮ $\int$ Integral

⣎ $\sum$ Summenzeichen

⣏ $\prod$ Produktzeichen

⣻ ∞ unendlich

⡔ $\rightarrow$ Pfeil nach rechts (strebt gegen)

⢢ $\leftarrow$ Pfeil nach links

Untere und obere Grenze eines Integrals stehen vor bzw. hinter dem Integralzeichen. Der Term der Stammfunktion, in die die Grenzen eingesetzt werden, steht wie in Schwarzschrift in eckigen Klammern. Dahinter werden die untere und obere Grenze angegeben. Die untere Grenze wird durch ein vorangestelltes „Tiefstellzeichen“ gekennzeichnet, die obere durch ein „Hochstellzeichen“.

Symbole wie lim, lim inf, lim sup, div, grad, rot werden wie in der Schwarzschrift geschrieben.

Nabla- und Laplace-Operator werden durch ⣝ bzw. ⣙ dargestellt.

Beispiele:

⠋	⠦	⠭	⠴	⠶	⠭	⡘	⠣
f	(	x	)	=	x	↑	2

⠋	⠘	⠦	⠭	⠴	⠶	⠣	⠭	
f	’	(	x	)	=	2	x	oder

⠙	⠋	⠦	⠭	⠴	⡈	⠙	⠭	⠶	⠣	⠭
d	f	(	x	)	/	d	x	=	2	x

$f \ (\ x \ , \ y \ ) \ = \ 2 \ x \ y \ + \ 3$

$\delta \ f \ / \ \delta \ y \ = \ 2 \ x$

$a \ \int \ b \quad 3 \ x \ \uparrow \ 2 \ d \ x$

$= \ [\ x \ \uparrow \ 3 \ ] \ \downarrow \ a \ \uparrow \ b$

$= \ b \ \uparrow \ 3 \ - \ a \ \uparrow \ 3$ oder

$\int \ \downarrow \ a \ \uparrow \ b \quad 3 \ x \ \uparrow \ 2 \quad d \ x$

$= \ x \ \uparrow \ 3 \ | \ \downarrow \ a \ \uparrow \ b$

$\sum \ \downarrow \ i \ = \ 1 \ \uparrow \ k \ (\ a \ \downarrow \ i \quad x \ \uparrow \ i \ )$

⡍⠶⢧⠀⢡⠊⠅⡼

⠶⢧⠁⢡⠡⠡⠀⠁⢡⠡⠣⠀⠁⢡⠡⠩⡼

⠀⢧⠁⢡⠣⠡⠀⠁⢡⠣⠣⠀⠁⢡⠣⠩⡼

⠀⢧⠁⢡⠩⠡⠀⠁⢡⠩⠣⠀⠁⢡⠩⠩⡼

$$\mathrm{M} = \langle \; \mathrm{a} \downarrow \mathrm{i} \; \mathrm{k} \; \rangle$$

$$= \langle \; \mathrm{a} \downarrow 1 \; 1 \quad \mathrm{a} \downarrow 1 \; 2 \quad \mathrm{a} \downarrow 1 \; 3 \; \rangle$$

$$\langle \; \mathrm{a} \downarrow 2 \; 1 \quad \mathrm{a} \downarrow 2 \; 2 \quad \mathrm{a} \downarrow 2 \; 3 \; \rangle$$

$$\langle \; \mathrm{a} \downarrow 3 \; 1 \quad \mathrm{a} \downarrow 3 \; 2 \quad \mathrm{a} \downarrow 3 \; 3 \; \rangle$$

3.8 Namen elementarer Funktionen

Die Funktionsnamen werden durch die gleichen Buchstabenfolgen angegeben wie in der Schwarzschrift:

sin, cos, tan oder tg, cot oder ctg,
arc, arc sin oder arcsin, arccos, arctan bzw. arctg, arccot bzw. arcctg.
sinh, cosh, tanh, coth,
log, bzw. speziell lg für Logarithmus zur Basis 10, ln für den natürlichen und ld für den dyadischen Logarithmus.

Die Basis einer Logarithmusfunktion steht hinter dem Namenssymbol durch das „Tiefstellzeichen“ angekündigt.

Beispiele:

⠇⠕⠛⢡⠡⠬⠀⠡⠬⠶⠇⠛⠡⠬⠶⠡

l o g ↓ 1 0   1 0 = l g 1 0 = 1

⠡⠬⡄⠇⠕⠛⢡⠑⠀⠑⡘⠭

1 0 · l o g ↓ e   e ↑ x

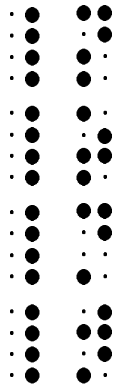
⠶⠡⠬⡄⠇⠝⠑⡘⠭⠶⠡⠬⠭

= 1 0 · l n e ↑ x = 1 0 x

3.9 Namen ausgezeichneter Mengen

Im Buchstaben, der für eine ausgezeichnete Menge steht, wird in der Schwarzschrift eine Linie verdoppelt oder es werden senkrechte Striche hinzugefügt. In der SMSB wird dem entsprechenden Buchstaben ein senkrechter Strich vorangestellt.

Beispiele:

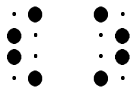
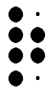


|N Menge der natürlichen Zahlen

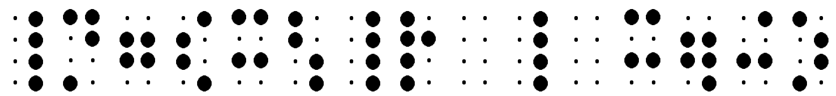
|Z Menge der ganzen Zahlen

|D Definitionsmenge

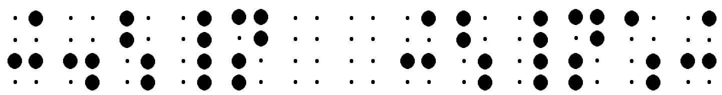
|W Wertemenge

Die leere Menge wird durch  {} bzw.  ∅ dargestellt

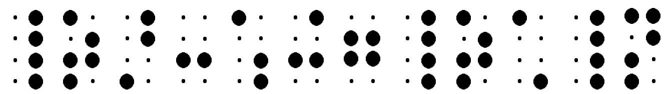
Beispiele:



| D = { x ∈ | R | x ≠ 0 }



0 ¬ ∈ | N 0 ∈ | N ↓ 0



| Z ↑ - ↓ 0 = | Z \ | N

3.10 Quantoren

⣪ ∃ es existiert

⣲ ∀ für alle

3.11 Zeichen in der Logik

⣧ $\models$ ist allgemeingültig

⣇ $\vdash$ ist beweisbar

3.12 Zeichen in der Geometrie

⢸⢸	$\|\|$	ist parallel zu
⠼	#	bzw.
⢸⢸⠶	$\|\|=$	parallel oder gleich
⣰	$\perp$	ist senkrecht zu
⣙	$\triangle$	Dreieck
⣟	$\square$	Quadrat

⡷ $\emptyset$ Durchmesser

⡦ $\angle$ Winkel

⠰ $\circ$ Grad

⠘ ' Minute

⠘⠘ " Sekunde

3.13 Markierungen und Zusammenfassungen

⢘ $\nwarrow$ Ankündigungszeichen für obere Markierung

⢨ $\swarrow$ Ankündigungszeichen für untere Markierung

⣹ $\heartsuit$ Schußzeichen (siehe Seite 14)

Eine Folge von Zeichen mit gemeinsamer Markierung wird dann wie folgt dargestellt:
Leerzeichen ⠀
Ankündigungszeichen für eine Folge markierter Zeichen ⢘ oder ⢨
Markierung
Folge der markierten Zeichen

Schlußzeichen ⣹

Beispiele:

⢨⢎⡁⡃⣹ $\swarrow$\{AB$\heartsuit$ geschweifte Klammer unter A und B liegend $\underbrace{AB}$

⢘⠦⡉⡙⣹ ↖(CD♡ Bogen von C nach D

⢘⡔⡏⠡⠀⡏⠣⣹ ↖→P1 P2♡ Vektor von P1 nach P2

Ein einzelnes markiertes Zeichen wird dargestellt durch die Folge:
Zeichen
Ankündigungszeichen für eine obere bzw. untere Markierung ⢘ oder ⢨
Markierung

Dabei gilt jedoch folgende Ausnahme:
Ein Zeichen, das mit einem Querstrich überstrichen ist, wird durch ein dem Zeichen nachgestelltes _ gekennzeichnet.

Beispiel:

⡏⣀ P_ $\overline{P}$ (P quer)

4 Schlußbemerkungen

Die Stuttgarter Mathematikschrift für Blinde soll dank der umkehrbar eindeutigen Zuordnung ihrer Zeichen zu Schwarzschriftzeichen eine Brücke zwischen Blinden und Sehenden schlagen. Sie wird dadurch und durch das vereinfachte Regelwerk für Blinde wie Sehende leichter erlernbar sein.

Das Lesen einer 8-Punkt-Schrift ist zunächst ungewohnt und die Lesegeschwindigkeit wird wenigstens anfangs niedriger sein als beim Lesen einer 6-Punkt-Schrift. Demgegenüber sind zur Darstellung von mathematischen Ausdrücken im allgemeinen weniger Blindenschriftzeichen erforderlich als bisher.

Die Orientierung der SMSB am Zeichensatz einer Programmierssprache wird sich in Zukunft noch weiter auszahlen. Mikrorechner werden inzwischen in den Schulen verwendet und finden als Textverarbeitungsrechner und in Teilnehmereinrichtungen von öffentlichen Kommunikationsnetzen wie z.B. Bildschirmtext immer weitere Verbreitung. Um ihre sinnvolle gemeinschaftliche Nutzung durch Blinde und Sehende zu ermöglichen, ist eine 8-Punkt-Schrift notwendig. In eine solche 8-Punkt-Schrift sollte man konsequenterweise auch die Zeichen der Mathematikschrift aufnehmen.

Abschließend möchte ich unserem Programmierer, Herrn Alfred Werner, der erblindet ist, für die Unterstützung beim Entwurf und bei der Erprobung der SMSB sehr herzlich danken.

Literaturverzeichnis

(1) K. Britz, H. Epheser, G.v.d. Mey, F.M. Scheid; Neufassung und Vervollständigung des Systems der internationalen Mathematikschrift für Blinde, Marburg-Lahn, 1955.

(2) H. Rhinow; Mathematische Zeichen und Abkürzungen in Brailleschrift –für den Unterricht auf der Sekundarstufe I–, Eigendruck der Bayerischen Landesschule für Blinde, München 1977.

(3) F.M. Scheid, W. Windau, G. Zehme; System der Mathematik- und Chemieschrift für Blinde, Marburg/Lahn 1930.

(4) W. Schweikhardt; Eine rechnerunterstützte Lern- und Arbeitsumgebung für Blinde, Dissertation, Fakultät für Mathematik und Informatik, Universität Stuttgart, 1981.

(5) W. Schweikhardt; "A Programming Environment for Blind APL-Programmers", in APL Quote Quad, Vol. 13 No.1, 1982, S. 325-331.